Klausur VWL, Herbst 1996

1. Aufgabe

In einer Volkswirtschaft werden zwei Endprodukte, X (Getreide) und Y (Trinkwasser) sowie ein Zwischenprodukt D (Düngemittel) produziert. Das Zwischenprodukt D dient auf der einen Seite der Getreideproduktion, beeinträchtigt auf der anderen Seite jedoch die Trinkwassergewinnung.

Die Produktionsbedingungen werden durch die folgenden sektoralen Produktionsfunktionen beschrieben:

$$X = X(A_x, D) \qquad \text{mit} \qquad \frac{\partial X}{\partial A_x} > 0 \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial X}{\partial D} > 0$$

$$Y = Y(A_y, D) \qquad \text{mit} \qquad \frac{\partial Y}{\partial A_y} > 0 \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial Y}{\partial D} < 0$$

$$D = D(A_d) \qquad \text{mit} \qquad \frac{\partial D}{\partial A_d} > 0$$

Das gesamtwirtschaftliche Arbeitsangebot sei fix vorgegeben:

$$\overline{A} = A_x + A_y + A_d$$

a) Leiten Sie die folgende notwendige Bedingung für effiziente Produktion ab:

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY} \frac{\partial Y}{\partial D} \right) \frac{\partial D}{\partial A_d}$$

wobei -*(dX/dY)* für die Grenzrate der Transformation steht.

b) Interpretieren Sie die in a) angegebene Effizienzbedingung.

c) Prüfen Sie, ob in einem wettbewerbsmäßig organisierten Wirtschaftssystem die in a) angegebene Effizienzbedingung realisert wird.

Erläutern Sie Ihr Ergebnis.

d) Zwecks Korrektur des externen Effektes werden die Düngemittelproduzenten mit einer Steuer mit dem Satz *t* je produzierter Düngemitteleinheit belastet. Prüfen Sie, ob mit Hilfe dieser Maßnahme eine effiziente Produktion realisiert werden kann und - falls das möglich ist - in welcher Höhe der Steuersatz festzulegen wäre.

Musterlösung

a) (5 Punkte)

Die Produktion ist effizient, wenn es für eine gegebene Menge des Gutes Y nicht mehr möglich ist, die Menge des Gutes X zu steigern:

$$Max: \quad X = X(A_x, D)$$

$$udN: \quad Y(A_y, D) - \bar{Y} = 0$$

$$D(A_d) - D = 0$$

$$\bar{A} - A_x - A_y - A_d = 0$$

Die zugehörige Lagrangefunktion lautet:

$$L = X\left[A_x, D(A_d)\right] + \delta\left\{Y\left[A_y, D(A_d)\right] - \bar{Y}\right\} + \mu(\bar{A} - A_x - A_y - A_d)$$

Alternativ:

$$\tilde{L} = X(A_x, D) - \delta_y\left[Y(A_y, D) - \bar{Y}\right]$$

$$+\delta_d\left[D(A_d) - D\right] + \mu(\bar{A} - A_x - A_y - A_d)$$

Nullsetzen der ersten Ableitungen ergibt:

$$\frac{\partial L}{\partial A_x} = \frac{\partial X}{\partial A_x} - \mu = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial A_d} = \frac{\partial X}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial A_d} + \delta \frac{\partial Y}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial A_d} - \mu = 0$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \frac{\partial X}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial A_d} + \delta \frac{\partial Y}{\partial D} \cdot \frac{\partial D}{\partial A_d}$$

Anwendung des Enveloppentheorems ergibt:

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{dX}{dY} = -\delta$$

Einsetzen führt zu

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY}\frac{\partial Y}{\partial D}\right)\frac{\partial D}{\partial A_d}$$

b)

Die angegebene Effizienzbedingung verlangt, daß die direkte Grenzproduktivität des Produktionsfaktors Arbeit : $\partial X / \partial A_x$ gleich seiner indirekten Grenzproduktivität: (5 Punkte)

$$\left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY}\frac{\partial Y}{\partial D}\right)\frac{\partial D}{\partial A_d}$$

ist. Hinsichtlich des Einsatzes des Faktors Arbeit in der Düngemittelproduktion ist folgendes zu beachten:

$$\underset{(+)}{\frac{\partial X}{\partial D}} \cdot \underset{(+)}{\frac{\partial D}{\partial A_d}} > 0$$

gibt die Steigerung der Produktion des Gutes X an, die aus einer marginalen Erhöhung des Arbeitseinsatzes bei der Düngemittelproduktion resultiert.

$$\underset{(-)}{\frac{\partial Y}{\partial D}} \cdot \underset{(+)}{\frac{\partial D}{\partial A_d}} < 0$$

gibt den Rückgang der Produktion des Gutes Y an, der sich aus einer solchen Steigerung des Arbeitseinsatzes ergibt.

Damit Zuwachs und Rückgang miteinander verglichen werden können, ist es notwendig, den Produktionsrückgang beim Gut Y in Einheiten des Gutes X umzurechnen - dies geschieht durch Multiplikation des Produktionsrückgangs im Sektor Y mit der Grenzrate der Transformation:

$$\underset{-(-)}{-\frac{dX}{dY}} \quad \underset{(-)}{\frac{\partial Y}{\partial D}} \quad \underset{(+)}{\frac{\partial D}{\partial A_d}}$$

Diese Grenzrate gibt nämlich an, wieviel Einheiten des Gutes X man bei effizienter Produktion hinzugewinnen kann, wenn man auf eine Einheit des Gutes Y verzichtet.

c)

Die Gewinnfunktionen der aggregierten Unternehmen der drei Sektoren lauten:

$$G_x = \overline{p}_x \cdot X(A_x, D) - \overline{p}_a \cdot A_x - \overline{p}_d \cdot D$$

$$G_y = \overline{p}_y \cdot Y(A_y, \overline{D}) - \overline{p}_a \cdot A_y$$

$$G_d = \overline{p}_d \cdot D(A_d) - \overline{p}_a \cdot A_d$$

Setzt man die ersten Ableitungen gleich Null, so erhält man die folgenden Bedingungen erster Ordnung für die jeweiligen Maxima:

(1) $$\frac{\partial G_x}{\partial A_x} = \overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial A_x} - \overline{p}_a = 0$$

(2) $$\frac{\partial G_x}{\partial D} = \overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} - \overline{p}_d = 0$$

(3) $$\frac{\partial G_y}{\partial A_y} = \overline{p}_y \frac{\partial Y}{\partial A_y} - \overline{p}_a = 0$$

(4) $$\frac{\partial G_d}{d\, A_d} = \overline{p}_d \frac{\partial D}{\partial A_d} - \overline{p}_a = 0$$

Aus (2) und (4) ergibt sich:

$$\bar{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial A_d} = \bar{p}_a$$

was zusammen mit (1) zu

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \frac{\partial X}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial A_d}$$

führt. Diese Bedingung stimmt nicht mit der Effizienzbedingung

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY} \frac{\partial Y}{\partial D} \right) \frac{\partial D}{\partial A_d}$$ (5 Punkte)

überein - es fehlt der zweite Ausdruck in der Klammer. Der Grund hierfür liegt in dem Tatbestand, daß die Unternehmen des Sektors X bei ihrer Entscheidung über den Düngemitteleinsatz den davon ausgehenden externen Effekt auf die Produktion des Gutes Y nicht berücksichtigen. (3 Punkte)

d)

Nach Einführung der Mengensteuer ist zwischen einem Brutto- und einem Nettopreis für das Düngemittel zu unterscheiden:

$$p_d^b = p_d^n + t$$

Den Bruttopreis p_d^b müssen die Unternehmen des Sektors X für das Düngemittel bezahlen. Den Nettopreis p_d^n erhalten die Produzenten des Düngemittels. Die Gewinnfunktionen sind wie folgt zu ändern:

$$G_x^* = \bar{p}_x \cdot X(A_x, D) - \bar{p}_a \cdot A_x - (\bar{p}_d^n + t) \cdot D$$

$$G_d^* = \bar{p}_d^n \cdot D(A_d) - \bar{p}_a \cdot A_d$$

Nullsetzen der ersten Ableitungen führt zu den folgenden Bedingungen erster Ordnung für die jeweiligen Maxima:

(1) $$\frac{\partial G_x^*}{\partial A_x} = \bar{p}_x \frac{\partial X}{\partial A_x} - \bar{p}_a = 0$$

(2) $$\frac{\partial G_x^*}{\partial D} = \bar{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} - (\bar{p}_d^n + t) = 0$$

(4) $$\frac{\partial G_d^*}{dA_d} = \overline{p}_d^n \frac{\partial D}{\partial A_d} - \overline{p}_a = 0$$

Umformen ergibt:

(1') $$\overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} - t = \overline{p}_d^n$$

Einsetzen in (4) führt zu:

(5) $$\overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial A_d} - t\frac{\partial D}{\partial A_d} = \overline{p}_a$$

Kombiniert man (1) und (5), so folgt:

$$\overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial A_x} = \overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial A_d} - t\frac{\partial D}{\partial A_d}$$

bzw.:

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{t}{p_x}\right)\frac{\partial D}{\partial A_d}$$

Setzt man:

$$\frac{t}{p_x} = \underset{(-)}{\frac{dX}{dY}}\ \underset{(-)}{\frac{\partial Y}{\partial D}} > 0 \ ,$$ (2 Punkte)

so ergibt sich Effizienzbedingung:

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY}\frac{\partial Y}{\partial D}\right) \cdot \frac{\partial D}{\partial A_d}$$ (5 Punkte)

Mögliche Fehler

a)

Oft wurde die folgende Lagrange-Funktion verwendet:

$$L = X\left[A_x, D(A_d)\right] - \delta_y \left\{ Y\left[A_y, D(A_d) - \overline{Y}\right]\right\}$$
$$+ \delta_d \left[D(A_d) - \overline{D}\right] + \mu\left[\overline{A} - A_x - A_y - A_d\right]$$

- D ist eine Variable, die modellendogen zu bestimmen ist.
- Setzt man die Nebenbedingung $D = D(A_d)$ in die Produktionsfunktion beider Endprodukte ein, so darf sie natürlich nicht noch einmal mit einem Lagrangemultiplikator multipliziert zur Lagrangefunktion hinzudaddiert werden.

b)

Es wurden i.d.R. nur die einzelnen Ableitungen noch einmal verbal beschrieben. Selten wurde erkannt, daß in der Effizienzbedingung die direkte und die indirekte Grenzproduktivität des Faktors Arbeit steht.

c)

Hier wurde viel Unsinn produziert, der auf ungenügende Kenntnisse der Mikroökonomik schließen läßt.

Einige Beispiele:

$$G_x = \bar{p}_x \cdot X(A_x, D) - \bar{p}_a \cdot A_x - \bar{p}_d \cdot D + \lambda \left[X(A_x, D) - \bar{X} \right]$$

$$G_y = \bar{p}_y \cdot Y(A_y, D) - \bar{p}_a \; A_y - \bar{p}_d \cdot D$$

- D ist für die Unternehmen des Sektors Y *keine* Entscheidungsvariable - warum sollten die Trinkwasserproduzenten Düngemittel kaufen?

$$G_x = \bar{p}_x \cdot X \left[A_x, D(A_d) \right] - \bar{p}_a \cdot A_x - \bar{p}_d \cdot A_d$$

- Wenn die Unternehmen des Sektors X auch über den Arbeitseinsatz im Düngemittelsektor entscheiden können, so müssen sie diesen zuvor gekauft haben.
- $\bar{p}_d \cdot A_d$ ist natürlich Unsinn. Sollte die vertikale Konzentration tatsächlich stattgefunden haben, so müßte es $\bar{p}_a \cdot A_d$ heißen.

Oft wurden die Sektoren X und D in der beschriebenen Weise zusammengefaßt und dann doch noch

$$G_d = \bar{p}_d \; D(A_d) - \bar{p}_a \; A_d$$

verwendet.

d)

Viele Kommilitonen/innen versuchten es mit einer Wertsteuer:

$$p_d^b = (1+t)\, p_d^n$$

Wer damit richtig gerechnet hatte, bekam die volle Punktzahl. Ansonsten fand man hier viel Abenteuerliches.

2. Aufgabe

Es sind die folgenden Funktionen gegeben:

Konsum $C = a + b\,Y(1-t)$

Investitionen $I = \dfrac{h}{i}$

Transaktionskasse $L^T = k\,Y$

Spekulationskasse $L^s = \dfrac{m}{i}$

Der autonome Konsum ist 500 Geldeinheiten (GE), die marginale Konsumquote 0,5 und der Steuersatz 0,4. h hat eine Größe von 40 GE, m von 70 GE und k von 0,7. Die Geldmenge ist 2.100 GE und die Staatsausgaben betragen 500 GE.

a) Wie sind die IS- und die LM-Kurve definiert?

Bestimmen Sie die Gleichungen für die IS- und die LM-Kurve. Wie hoch ist das gleichgewichtige Volkseinkommen und der gleichgewichtige Zins?

b) Wie groß ist das Staatsdefizit?

c) Wie ändern sich Volkseinkommen, Zins und Staatsdefizit, wenn der Staat bei konstantem Steuersatz seine Ausgaben um 110 GE erhöht?

Stellen Sie dieses Ergebnis graphisch dar und interpretieren Sie die Änderung der Variablen ausführlich ökonomisch.

Musterlösung

a)

Die IS-Kurve ist der geometrische Ort aller (i,Y)-Kombinationen, bei denen der Gütermarkt im Gleichgewicht ist. (2 Punkte)

Die LM-Kurve ist der geometrische Ort aller (i,Y)-Kombinationen, bei denen der Geldmarkt im Gleichgewicht ist. (2 Punkte)

Der Gütermarkt ist im Gleichgewicht, wenn

$Y = C + I + G$ gilt.

Einsetzen ergibt

$$Y = 500 + 0{,}5 \cdot 0{,}6\,Y + \frac{40}{i} + 500$$

und

$$0{,}7\,Y = 1000 + \frac{40}{i}$$ (3 Punkte)

LM-Kurve

Der Geldmarkt ist im Gleichgewicht, wenn

$M = k\,Y + \dfrac{m}{i}$ gilt.

Einsetzen ergibt

$2100 = 0{,}7 + \dfrac{70}{i}$ oder

$$0{,}7\,Y = 2100 - \frac{70}{i}$$ (3 Punkte)

Das gesamtwirtschaftliche Gleichgewicht ist der Schnittpunkt von IS- und LM-Kurve:

$$1000 + \frac{40}{i} = 2100 - \frac{70}{i}$$

$$\frac{110}{i} = 1100$$

$$i = 0{,}1$$

Einsetzen ergibt

$$0{,}74 = 2100 - 700$$

$$Y = 2000$$

(3 Punkte)

b)

Das Staatsdefizit beträgt

$$D = A - tY = 500 - 0{,}4 \cdot 2000 = -300$$ (2 Punkte)

Der Staat erwirtschaftet einen Überschuß in Höhe von 300 .

c)

Durch die Änderung der Staatsausgaben ändert sich die Gleichgewichtsbedingung für den Gütermarkt. Sie lautet nun

$$0{,}7\,Y = 1110 + \frac{40}{i}$$

Im neuen gesamtwirtschaftlichen Gleichgewicht gilt

$$1110 + \frac{40}{i} = 2100 - \frac{70}{i}$$

$$\frac{110}{i} = 990$$

$$i = \frac{1}{9} = 0{,}\overline{1}$$

Für das Sozialprodukt ergibt sich (1 Punkt)

$$0{,}7\,Y = 2100 - 630 = 1470$$

(1 Punkt)

$$Y = 2100$$ (1 Punkt)

Für das Defizit:

$$D = 610 - 0{,}4 \cdot 2100 = -230$$

(1 Punkt)

Der Staatsüberschuß sinkt.

Die Interpretation der Veränderung des Sozialprodukts:

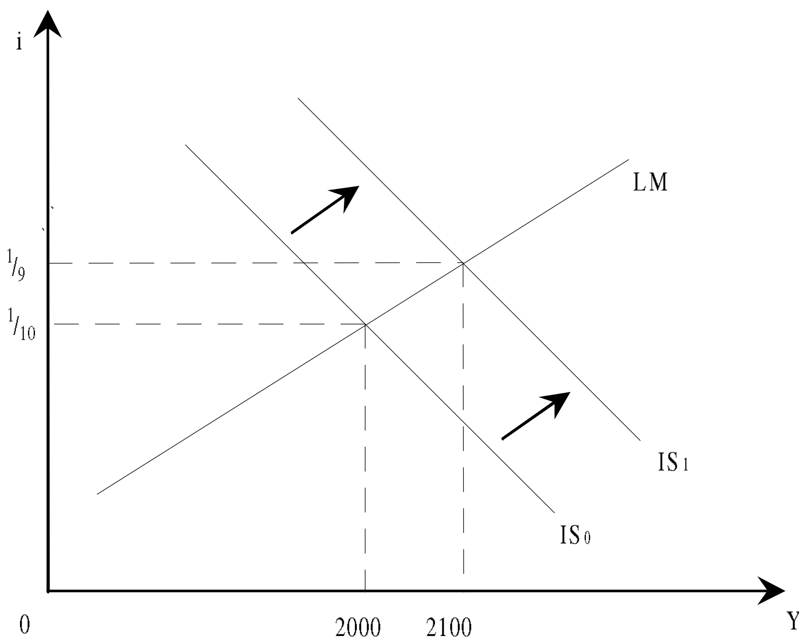
Der Anstoßeffekt ist die Erhöhung der Staatsausgaben. Die Staatsausgaben erhöhen die Nachfrage um den gleichen Betrag.

Es gibt zwei Dämpfungseffekte:

a) Von dem steigenden Einkommen wird ein Teil gespart und erhöht so nicht die Nachfrage in der nächsten Multiplikatorrunde. (2 Punkte)

b) Durch das steigende Sozialprodukt erhöht sich der Bedarf an Transaktionskasse. Die Haushalte verkaufen Wertpapiere, um diesen Bedarf zu decken. Das erhöhte Angebot an Wertpapieren führt zu Kursverlusten. Kursverluste entsprechen steigenden Zinsen. Die steigenden Zinsen veranlassen die Unternehmen weniger zu investieren: Der Anstieg des Sozialprodukts wird gedämpft. (2 Punkte)

Zeichnerisch ergibt sich:



3. Aufgabe

a) Erläutern Sie die Begriffe „funktionelle Einkommensverteilung“ und „personelle Einkommensverteilung“. Wie kann man sie messen?

b) Leiten Sie die Kaldor-Formel für die Lohnquote her. Gehen Sie dabei auf die wesentlichen Annahmen des Kaldor-Modells ein.

c) Wie reagiert die Lohnquote auf

- eine Erhöhung der Investitionsquote
- eine Erhöhung der Sparquote aus Gewinneinkommen?

Beschreiben Sie die jeweiligen „Anpassungsmechanismen“.

Musterlösung

a)

Funktionelle Verteilung: meint die Verteilung des Volkseinkommens auf die Produktionsfaktoren, z.B. Arbeit und Kapital.Sie ist meßbar durch Lohnquote und Gewinnquote.

Personelle Einkommensverteilung: bezieht sich auf die Verteilung des Volkseinkommens auf die Haushalte nach Einkommensgrößenklassen. Um sie zu messen, verwendet man häufig den GINI-Koeffizienten oder die ihm zugrundeliegende Lorenzkurve.

(4 Punkte)

b)

Annahmen:

- Es herrscht Vollbeschäftigung. Damit ist das Volkseinkommen Y konstant:

$$Y = \overline{Y}$$

- Exogene Investitionen (durch technischen Fortschritt und langfristige Wachstumserwartungen bestimmt):

$$I = \bar{I}$$

Es folgt, daß auch die Investitionsquote $\frac{I}{Y}$ konstant ist.

- Die Bezieher von Arbeitseinkommen und Kapitaleinkommen haben unterschiedliche, jeweils konstante Sparquoten. Da die Bezieher von Kapitaleinkommen selbst für ihr Alter vorsorgen müssen, ist ihre Sparquote s_K höher als die Sparquote s_N der Arbeitnehmer:

$$0 < s_N < \frac{I}{Y} < s_K < 1 \ .$$

- Die Nominallöhne reagieren weniger flexibel als die Güterpreise.

Herleitung der Kaldor- Formel für die Lohnquote

Ausgehend von der Gleichung

$$Y = Y_K + Y_N \qquad (1)$$

(d.h. das Volkseinkommen wird aufgeteilt in Arbeitseinkommen Y_N und Kapitaleinkommen Y_K) und der Bedingung für ein Gütermarktgleichgewicht

$$Y = c\,Y + I$$

bzw.

$$I = S \qquad (2)$$

erhält man

$$I = S \qquad \text{(vgl. (2))}$$

$$= s_N \; Y_N + s_K \; Y_K$$

$$= s_N \; Y_N + s_K (Y - Y_N) \qquad \text{(vgl. (1))}$$

$$= s_K \; Y - (s_K - s_N) Y_N$$

$$\Rightarrow \frac{I}{Y} = s_K - (s_K - s_N) \frac{Y_N}{Y}$$

$$\Rightarrow \frac{Y_N}{Y} = \frac{s_K - \frac{I}{Y}}{s_K - s_N} > 0$$

Dies ist die Kaldor-Formel für die Lohnquote.

(12 Punkte)

Hinweis zu Aufgabenteil b): Da in der Aufgabenstellung eine „Herleitung“ der Kaldor-Formel verlangt wird, reicht es nicht, lediglich die - auswendig gelernte - Ergebnisformel zu notieren.

c)

Eine Erhöhung der Investitionsquote senkt die Lohnquote, denn

$$\frac{\partial \frac{Y_N}{Y}}{\partial \frac{I}{Y}} = \frac{-1}{s_K - s_N} < 0 \quad .$$

(Beachten Sie, daß aufgrund der Modellannahmen der Nenner positiv ist).

Der „Anpassungsmechanismus“ vollzieht sich über die Güterpreise: Eine Erhöhung der Investitionsquote führt zur Überschußnachfrage auf dem Gütermarkt. Da bereits Vollbeschäftigung herrscht, führt dies zu Preissteigerungen. Da annahmegemäß (s.o.) die Nominallöhne weniger flexibel sind als die Güterpreise, sinkt der Reallohn. Damit sinken auch die realen Lohneinkommen und die Lohnquote (Beschäftigung und Y sind ja konstant). Die Kapitaleinkommen steigen. In der Folge wird von den Lohneinkommensbeziehern weniger und von den Kapitaleinkommensbeziehern mehr gespart. Da die Sparquote der Kapitaleinkommensbezieher höher ist als die der Arbeitnehmer, wird insgesamt jedoch mehr gespart. Dies dauert solange, bis der Gütermarkt wieder im Gleichgewicht ist.

<u>Eine Erhöhung der Sparquote</u> s_K erhöht die Lohnquote, denn

$$\frac{\partial \frac{Y_N}{Y}}{\partial s_K} = \frac{s_K - s_N - (s_K - \frac{I}{Y})}{(s_K - s_N)^2} = \frac{\frac{I}{Y} - s_N}{(s_K - s_N)^2} > 0 \quad .$$

Der Anpassungsmechanismus entspricht dem oben beschriebenen Prozeß, hier jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen:

Eine Erhöhung der Sparquote der Kapitaleinkommensbezieher s_K führt zu einem Angebotsüberschuß auf dem Gütermarkt ... usw.

(9 Punkte)