Klausur VWL, Herbst 1996

1. Aufgabe

In einer Volkswirtschaft werden zwei Endprodukte, *X* (Getreide) und *Y* (Trinkwasser) sowie ein Zwischenprodukt *D* (Düngemittel) produziert. Das Zwischenprodukt D dient auf der einen Seite der Getreideproduktion, beeinträchtigt auf der anderen Seite jedoch die Trinkwassergewinnung.

Die Produktionsbedingungen werden durch die folgenden sektoralen Produktionsfunktionen beschrieben:

$$X = X(A_x, D) \qquad \text{mit} \qquad \frac{\partial X}{\partial A_x} > 0 \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial X}{\partial D} > 0$$

$$Y = Y(A_y, D) \qquad \text{mit} \qquad \frac{\partial Y}{\partial A_y} > 0 \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial Y}{\partial D} < 0$$

$$D = D(A_d) \qquad \text{mit} \qquad \frac{\partial D}{\partial A_d} > 0$$

Das gesamtwirtschaftliche Arbeitsangebot sei fix vorgegeben:

$$\overline{A} = A_x + A_y + A_d$$

a) Leiten Sie die folgende notwendige Bedingung für effiziente Produktion ab:

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY} \frac{\partial Y}{\partial D} \right) \frac{\partial D}{\partial A_d}$$

wobei -*(dX/dY)* für die Grenzrate der Transformation steht.

b) Interpretieren Sie die in a) angegebene Effizienzbedingung.

c) Prüfen Sie, ob in einem wettbewerbsmäßig organisierten Wirtschaftssystem die in a) angegebene Effizienzbedingung realisert wird.

Erläutern Sie Ihr Ergebnis.

d) Zwecks Korrektur des externen Effektes werden die Düngemittelproduzenten mit einer Steuer mit dem Satz *t* je produzierter Düngemitteleinheit belastet. Prüfen Sie, ob mit Hilfe dieser Maßnahme eine effiziente Produktion realisiert werden kann und - falls das möglich ist - in welcher Höhe der Steuersatz festzulegen wäre.

Musterlösung

a) (5 Punkte)

Die Produktion ist effizient, wenn es für eine gegebene Menge des Gutes Y nicht mehr möglich ist, die Menge des Gutes X zu steigern:

$$Max: \quad X = X(A_x, D)$$

$$udN: \quad Y(A_y, D) - \overline{Y} = 0$$

$$D(A_d) - D = 0$$

$$\overline{A} - A_x - A_y - A_d = 0$$

Die zugehörige Lagrangefunktion lautet:

$$L = X\left[A_x, D(A_d)\right] + \delta\left\{Y\left[A_y, D(A_d)\right] - \overline{Y}\right\} + \mu(\overline{A} - A_x - A_y - A_d)$$

Alternativ:

$$\tilde{L} = X(A_x, D) - \delta_y\left[Y(A_y, D) - \overline{Y}\right]$$

$$+\delta_d\left[D(A_d) - D\right] + \mu(\overline{A} - A_x - A_y - A_d)$$

Nullsetzen der ersten Ableitungen ergibt:

$$\frac{\partial L}{\partial A_x} = \frac{\partial X}{\partial A_x} - \mu = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial A_d} = \frac{\partial X}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial A_d} + \delta\frac{\partial Y}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial A_d} - \mu = 0$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \frac{\partial X}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial A_d} + \delta\frac{\partial Y}{\partial D}\cdot\frac{\partial D}{\partial A_d}$$

Anwendung des Enveloppentheorems ergibt:

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{dX}{dY} = -\delta$$

Einsetzen führt zu

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY}\frac{\partial Y}{\partial D}\right)\frac{\partial D}{\partial A_d}$$

b)

Die angegebene Effizienzbedingung verlangt, daß die direkte Grenzproduktivität des Produktionsfaktors Arbeit : $\partial X / \partial A_x$ gleich seiner indirekten Grenzproduktivität: (5 Punkte)

$$\left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY}\frac{\partial Y}{\partial D}\right)\frac{\partial D}{\partial A_d}$$

ist. Hinsichtlich des Einsatzes des Faktors Arbeit in der Düngemittelproduktion ist folgendes zu beachten:

$$\underset{(+)}{\frac{\partial X}{\partial D}}\cdot\underset{(+)}{\frac{\partial D}{\partial A_d}} > 0$$

gibt die Steigerung der Produktion des Gutes X an, die aus einer marginalen Erhöhung des Arbeitseinsatzes bei der Düngemittelproduktion resultiert.

$$\underset{(-)}{\frac{\partial Y}{\partial D}}\cdot\underset{(+)}{\frac{\partial D}{\partial A_d}} < 0$$

gibt den Rückgang der Produktion des Gutes Y an, der sich aus einer solchen Steigerung des Arbeitseinsatzes ergibt.

Damit Zuwachs und Rückgang miteinander verglichen werden können, ist es notwendig, den Produktionsrückgang beim Gut Y in Einheiten des Gutes X umzurechnen - dies geschieht durch Multiplikation des Produktionsrückgangs im Sektor Y mit der Grenzrate der Transformation:

$$\underset{-(-)}{-\frac{dX}{dY}} \quad \underset{(-)}{\frac{\partial Y}{\partial D}} \quad \underset{(+)}{\frac{\partial D}{\partial A_d}}$$

Diese Grenzrate gibt nämlich an, wieviel Einheiten des Gutes X man bei effizienter Produktion hinzugewinnen kann, wenn man auf eine Einheit des Gutes Y verzichtet.

c)

Die Gewinnfunktionen der aggregierten Unternehmen der drei Sektoren lauten:

$$G_x = \overline{p}_x \cdot X(A_x, D) - \overline{p}_a \cdot A_x - \overline{p}_d \cdot D$$

$$G_y = \overline{p}_y \cdot Y(A_y, \overline{D}) - \overline{p}_a \cdot A_y$$

$$G_d = \overline{p}_d \cdot D(A_d) - \overline{p}_a \cdot A_d$$

Setzt man die ersten Ableitungen gleich Null, so erhält man die folgenden Bedingungen erster Ordnung für die jeweiligen Maxima:

(1) $$\frac{\partial G_x}{\partial A_x} = \overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial A_x} - \overline{p}_a = 0$$

(2) $$\frac{\partial G_x}{\partial D} = \overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} - \overline{p}_d = 0$$

(3) $$\frac{\partial G_y}{\partial A_y} = \overline{p}_y \frac{\partial Y}{\partial A_y} - \overline{p}_a = 0$$

(4) $$\frac{\partial G_d}{d\, A_d} = \overline{p}_d \frac{\partial D}{\partial A_d} - \overline{p}_a = 0$$

Aus (2) und (4) ergibt sich:

$$\overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial A_d} = \overline{p}_a$$

was zusammen mit (1) zu

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \frac{\partial X}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial A_d}$$

führt. Diese Bedingung stimmt nicht mit der Effizienzbedingung

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY} \frac{\partial Y}{\partial D} \right) \frac{\partial D}{\partial A_d}$$ (5 Punkte)

überein - es fehlt der zweite Ausdruck in der Klammer. Der Grund hierfür liegt in dem Tatbestand, daß die Unternehmen des Sektors X bei ihrer Entscheidung über den Düngemitteleinsatz den davon ausgehenden externen Effekt auf die Produktion des Gutes Y nicht berücksichtigen. (3 Punkte)

d)

Nach Einführung der Mengensteuer ist zwischen einem Brutto- und einem Nettopreis für das Düngemittel zu unterscheiden:

$$p_d^b = p_d^n + t$$

Den Bruttopreis p_d^b müssen die Unternehmen des Sektors X für das Düngemittel bezahlen. Den Nettopreis p_d^n erhalten die Produzenten des Düngemittels. Die Gewinnfunktionen sind wie folgt zu ändern:

$$G_x^* = \overline{p}_x \cdot X(A_x, D) - \overline{p}_a \cdot A_x - (\overline{p}_d^n + t) \cdot D$$

$$G_d^* = \overline{p}_d^n \cdot D(A_d) - \overline{p}_a \cdot A_d$$

Nullsetzen der ersten Ableitungen führt zu den folgenden Bedingungen erster Ordnung für die jeweiligen Maxima:

(1) $$\frac{\partial G_x^*}{\partial A_x} = \overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial A_x} - \overline{p}_a = 0$$

(2) $$\frac{\partial G_x^*}{\partial D} = \overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} - (\overline{p}_d^n + t) = 0$$

(4) $$\frac{\partial G_d^*}{dA_d} = \overline{p}_d^n \frac{\partial D}{\partial A_d} - \overline{p}_a = 0$$

Umformen ergibt:

(1') $$\overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} - t = \overline{p}_d^n$$

Einsetzen in (4) führt zu:

(5) $$\overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial A_d} - t \frac{\partial D}{\partial A_d} = \overline{p}_a$$

Kombiniert man (1) und (5), so folgt:

$$\overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial A_x} = \overline{p}_x \frac{\partial X}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial A_d} - t \frac{\partial D}{\partial A_d}$$

bzw.:

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{t}{p_x} \right) \frac{\partial D}{\partial A_d}$$

Setzt man:

$$\frac{t}{p_x} = \underset{(-)}{\frac{dX}{dY}} \underset{(-)}{\frac{\partial Y}{\partial D}} > 0 \quad ,$$ (2 Punkte)

so ergibt sich Effizienzbedingung:

$$\frac{\partial X}{\partial A_x} = \left(\frac{\partial X}{\partial D} - \frac{dX}{dY} \frac{\partial Y}{\partial D} \right) \cdot \frac{\partial D}{\partial A_d}$$ (5 Punkte)

Mögliche Fehler

a)

Oft wurde die folgende Lagrange-Funktion verwendet:

$$L = X\left[A_x, D(A_d)\right] - \delta_y \left\{ Y\left[A_y, D(A_d) - \overline{Y}\right] \right\}$$
$$+ \delta_d \left[D(A_d) - \overline{D}\right] + \mu \left[\overline{A} - A_x - A_y - A_d\right]$$

- D ist eine Variable, die modellendogen zu bestimmen ist.
- Setzt man die Nebenbedingung $D = D(A_d)$ in die Produktionsfunktion beider Endprodukte ein, so darf sie natürlich nicht noch einmal mit einem Lagrangemultiplikator multipliziert zur Lagrangefunktion hinzudaddiert werden.

b)

Es wurden i.d.R. nur die einzelnen Ableitungen noch einmal verbal beschrieben. Selten wurde erkannt, daß in der Effizienzbedingung die direkte und die indirekte Grenzproduktivität des Faktors Arbeit steht.

c)

Hier wurde viel Unsinn produziert, der auf ungenügende Kenntnisse der Mikroökonomik schließen läßt.

Einige Beispiele:

$$G_x = \overline{p}_x \cdot X(A_x, D) - \overline{p}_a \cdot A_x - \overline{p}_d \cdot D + \lambda\left[X(A_x, D) - \overline{X}\right]$$

$$G_y = \overline{p}_y \cdot Y(A_y, D) - \overline{p}_a\ A_y - \overline{p}_d \cdot D$$

- D ist für die Unternehmen des Sektors Y *keine* Entscheidungsvariable - warum sollten die Trinkwasserproduzenten Düngemittel kaufen?

$$G_x = \overline{p}_x \cdot X\left[A_x, D(A_d)\right] - \overline{p}_a \cdot A_x - \overline{p}_d \cdot A_d$$

- Wenn die Unternehmen des Sektors X auch über den Arbeitseinsatz im Düngemittelsektor entscheiden können, so müssen sie diesen zuvor gekauft haben.
- $\overline{p}_d \cdot A_d$ ist natürlich Unsinn. Sollte die vertikale Konzentration tatsächlich stattgefunden haben, so müßte es $\overline{p}_a \cdot A_d$ heißen.

Oft wurden die Sektoren X und D in der beschriebenen Weise zusammengefaßt und dann doch noch

$$G_d = \overline{p}_d\ D(A_d) - \overline{p}_a\ A_d$$

verwendet.

d)

Viele Kommilitonen/innen versuchten es mit einer Wertsteuer:

$$p_d^b = (1+t)\, p_d^n$$

Wer damit richtig gerechnet hatte, bekam die volle Punktzahl. Ansonsten fand man hier viel Abenteuerliches.

2. Aufgabe

Es sind die folgenden Funktionen gegeben:

Konsum $C = a + b\,Y(1 - t)$

Investitionen $I = \frac{h}{i}$

Transaktionskasse $L^T = k\,Y$

Spekulationskasse $L^s = \frac{m}{i}$

Der autonome Konsum ist 500 Geldeinheiten (GE), die marginale Konsumquote 0,5 und der Steuersatz 0,4. h hat eine Größe von 40 GE, m von 70 GE und k von 0,7. Die Geldmenge ist 2.100 GE und die Staatsausgaben betragen 500 GE.

a) Wie sind die IS- und die LM-Kurve definiert?

Bestimmen Sie die Gleichungen für die IS- und die LM-Kurve. Wie hoch ist das gleichgewichtige Volkseinkommen und der gleichgewichtige Zins?

b) Wie groß ist das Staatsdefizit?

c) Wie ändern sich Volkseinkommen, Zins und Staatsdefizit, wenn der Staat bei konstantem Steuersatz seine Ausgaben um 110 GE erhöht?

Stellen Sie dieses Ergebnis graphisch dar und interpretieren Sie die Änderung der Variablen ausführlich ökonomisch.

Musterlösung

a)

Die IS-Kurve ist der geometrische Ort aller (i,Y)-Kombinationen, bei denen der Gütermarkt im Gleichgewicht ist. (2 Punkte)

Die LM-Kurve ist der geometrische Ort aller (i,Y)-Kombinationen, bei denen der Geldmarkt im Gleichgewicht ist. (2 Punkte)

Der Gütermarkt ist im Gleichgewicht, wenn

$Y = C + I + G$ gilt.

Einsetzen ergibt

$$Y = 500 + 0{,}5 \cdot 0{,}6\, Y + \frac{40}{i} + 500$$

und

$$0{,}7\, Y = 1000 + \frac{40}{i}$$ (3 Punkte)

LM-Kurve

Der Geldmarkt ist im Gleichgewicht, wenn

$M = k\, Y + \frac{m}{i}$ gilt.

Einsetzen ergibt

$2100 = 0{,}7 + \frac{70}{i}$ oder

$$0{,}7\, Y = 2100 - \frac{70}{i}$$ (3 Punkte)

Das gesamtwirtschaftliche Gleichgewicht ist der Schnittpunkt von IS- und LM-Kurve:

$$1000 + \frac{40}{i} = 2100 - \frac{70}{i}$$

$$\frac{110}{i} = 1100$$

$$i = 0{,}1$$

Einsetzen ergibt

$$0{,}74 = 2100 - 700$$

$$Y = 2000$$

(3 Punkte)

b)

Das Staatsdefizit beträgt

$$D = A - tY = 500 - 0{,}4 \cdot 2000 = -300$$ (2 Punkte)

Der Staat erwirtschaftet einen Überschuß in Höhe von 300 .

c)

Durch die Änderung der Staatsausgaben ändert sich die Gleichgewichtsbedingung für den Gütermarkt. Sie lautet nun

$$0{,}7\,Y = 1110 + \frac{40}{i}$$

Im neuen gesamtwirtschaftlichen Gleichgewicht gilt

$$1110 + \frac{40}{i} = 2100 - \frac{70}{i}$$

$$\frac{110}{i} = 990$$

$$i = \frac{1}{9} = 0{,}\overline{1}$$

Für das Sozialprodukt ergibt sich (1 Punkt)

$$0{,}7\,Y = 2100 - 630 = 1470$$

(1 Punkt)

$$Y = 2100$$ (1 Punkt)

Für das Defizit:

$$D = 610 - 0{,}4 \cdot 2100 = -230$$ (1 Punkt)

Der Staatsüberschuß sinkt.

Die Interpretation der Veränderung des Sozialprodukts:

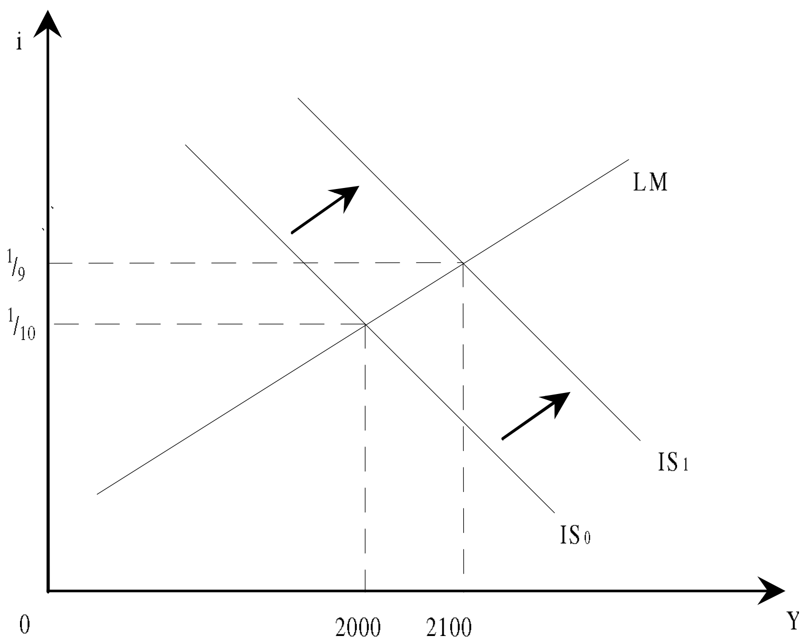
Der Anstoßeffekt ist die Erhöhung der Staatsausgaben. Die Staatsausgaben erhöhen die Nachfrage um den gleichen Betrag.

Es gibt zwei Dämpfungseffekte:

a) Von dem steigenden Einkommen wird ein Teil gespart und erhöht so nicht die Nachfrage in der nächsten Multiplikatorrunde. (2 Punkte)

b) Durch das steigende Sozialprodukt erhöht sich der Bedarf an Transaktionskasse. Die Haushalte verkaufen Wertpapiere, um diesen Bedarf zu decken. Das erhöhte Angebot an Wertpapieren führt zu Kursverlusten. Kursverluste entsprechen steigenden Zinsen. Die steigenden Zinsen veranlassen die Unternehmen weniger zu investieren: Der Anstieg des Sozialprodukts wird gedämpft. (2 Punkte)

Zeichnerisch ergibt sich:



3. Aufgabe

a) Erläutern Sie die Begriffe „funktionelle Einkommensverteilung“ und „personelle Einkommensverteilung“. Wie kann man sie messen?

b) Leiten Sie die Kaldor-Formel für die Lohnquote her. Gehen Sie dabei auf die wesentlichen Annahmen des Kaldor-Modells ein.

c) Wie reagiert die Lohnquote auf

- eine Erhöhung der Investitionsquote
- eine Erhöhung der Sparquote aus Gewinneinkommen?

Beschreiben Sie die jeweiligen „Anpassungsmechanismen“.

Musterlösung

a)

Funktionelle Verteilung: meint die Verteilung des Volkseinkommens auf die Produktionsfaktoren, z.B. Arbeit und Kapital.Sie ist meßbar durch Lohnquote und Gewinnquote.

Personelle Einkommensverteilung: bezieht sich auf die Verteilung des Volkseinkommens auf die Haushalte nach Einkommensgrößenklassen. Um sie zu messen, verwendet man häufig den GINI-Koeffizienten oder die ihm zugrundeliegende Lorenzkurve. (4 Punkte)

b)

Annahmen:

- Es herrscht Vollbeschäftigung. Damit ist das Volkseinkommen Y konstant:

$$Y = \overline{Y}$$

- Exogene Investitionen (durch technischen Fortschritt und langfristige Wachstumserwartungen bestimmt):

$$I = \bar{I}$$

Es folgt, daß auch die Investitionsquote $\frac{I}{Y}$ konstant ist.

- Die Bezieher von Arbeitseinkommen und Kapitaleinkommen haben unterschiedliche, jeweils konstante Sparquoten. Da die Bezieher von Kapitaleinkommen selbst für ihr Alter vorsorgen müssen, ist ihre Sparquote s_K höher als die Sparquote s_N der Arbeitnehmer:

$$0 < s_N < \frac{I}{Y} < s_K < 1 \;.$$

- Die Nominallöhne reagieren weniger flexibel als die Güterpreise.

Herleitung der Kaldor- Formel für die Lohnquote

Ausgehend von der Gleichung

$$Y = Y_K + Y_N \qquad (1)$$

(d.h. das Volkseinkommen wird aufgeteilt in Arbeitseinkommen Y_N und Kapitaleinkommen Y_K) und der Bedingung für ein Gütermarktgleichgewicht

$$Y = c\,Y + I$$

bzw.

$$I = S \qquad (2)$$

erhält man

$$I = S \qquad \text{(vgl. (2))}$$

$$= s_N \; Y_N + s_K \; Y_K$$

$$= s_N \; Y_N + s_K (Y - Y_N) \qquad \text{(vgl. (1))}$$

$$= s_K \; Y - (s_K - s_N) Y_N$$

$$\Rightarrow \frac{I}{Y} = s_K - (s_K - s_N) \frac{Y_N}{Y}$$

$$\Rightarrow \frac{Y_N}{Y} = \frac{s_K - \frac{I}{Y}}{s_K - s_N} > 0$$

Dies ist die Kaldor-Formel für die Lohnquote.

(12 Punkte)

<u>Hinweis zu Aufgabenteil b):</u> Da in der Aufgabenstellung eine „Herleitung" der Kaldor-Formel verlangt wird, reicht es nicht, lediglich die - auswendig gelernte - Ergebnisformel zu notieren.

c)

<u>Eine Erhöhung der Investitionsquote</u> senkt die Lohnquote, denn

$$\frac{\partial \frac{Y_N}{Y}}{\partial \frac{I}{Y}} = \frac{-1}{s_K - s_N} < 0 \quad .$$

(Beachten Sie, daß aufgrund der Modellannahmen der Nenner positiv ist).

Der „Anpassungsmechanismus" vollzieht sich über die Güterpreise: Eine Erhöhung der Investitionsquote führt zur Überschußnachfrage auf dem Gütermarkt. Da bereits Vollbeschäftigung herrscht, führt dies zu Preissteigerungen. Da annahmegemäß (s.o.) die Nominallöhne weniger flexibel sind als die Güterpreise, sinkt der Reallohn. Damit sinken auch die realen Lohneinkommen und die Lohnquote (Beschäftigung und Y sind ja konstant). Die Kapitaleinkommen steigen. In der Folge wird von den Lohneinkommensbeziehern weniger und von den Kapitaleinkommensbeziehern mehr gespart. Da die Sparquote der Kapitaleinkommensbezieher höher ist als die der Arbeitnehmer, wird insgesamt jedoch mehr gespart. Dies dauert solange, bis der Gütermarkt wieder im Gleichgewicht ist.

Eine Erhöhung der Sparquote s_K erhöht die Lohnquote, denn

$$\frac{\partial \frac{Y_N}{Y}}{\partial s_K} = \frac{s_K - s_N - (s_K - \frac{I}{Y})}{(s_K - s_N)^2} = \frac{\frac{I}{Y} - s_N}{(s_K - s_N)^2} > 0 \quad .$$

Der Anpassungsmechanismus entspricht dem oben beschriebenen Prozeß, hier jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen:

Eine Erhöhung der Sparquote der Kapitaleinkommensbezieher s_K führt zu einem Angebotsüberschuß auf dem Gütermarkt ... usw.

(9 Punkte)

Klausur VWL, Frühjahr 1997

1. Aufgabe

Eine Modellwirtschaft lasse sich wie folgt beschreiben:

$$U_i = U(x_i, F_i) \qquad\qquad i = 1,...,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_i = \sum_{i=1}^{n} A_i + \sum_{i=1}^{n} F_i$$

$$X = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$X = X(A_x)$$

$$A_x = \sum_{i=1}^{n} A_i$$

Dabei bezeichnen

x_i die Verbrauchsmenge des Gutes X durch den i-ten Konsumenten,

F_i die Freizeit dieses Konsumenten,

A_i sein Arbeitsangebot,

T_i die Zeit, über die er insgesamt verfügen kann,

X die produzierte Menge des Gutes X und

A_x die bei der Produktion des Gutes X eingesetzte Arbeitsmenge.

a) Was versteht man unter einem Pareto-Optimum?

b) Leiten Sie für die beschriebene Modellwirtschaft die folgenden Bedingungen für Pareto-Optimalität her und interpretieren Sie sie:

(A) $$\frac{\frac{\partial U_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial U_1}{\partial F_1}} = -\frac{dF_1}{dx_1} = \cdots = -\frac{dF_n}{dx_n} = \frac{\frac{\partial U_n}{\partial x_n}}{\frac{\partial U_n}{\partial F_n}}$$

(B) $$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial X}{\partial A_x} = \frac{\partial U_i}{\partial F_i} \qquad\qquad i=1,...,n$$

c) Zeigen Sie, daß diese Bedingungen erfüllt sind, wenn die Modellökonomie konkurrenzmäßig organisiert ist.

d) Gilt Ihr Ergebnis zu c) auch dann noch, wenn der Staat eine proportionale Einkommensteuer einführt, deren Aufkommen er zum Kauf einer entsprechenden Menge des Gutes X verwendet? Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

Musterlösung

a)

Ein möglicher Zustand A ist Pareto-optimal, wenn es keinen anderen möglichen Zustand gibt, in dem wenigstens ein Wirtschaftssubjekt besser und kein Wirtschaftssubjekt schlechter gestellt ist als in A.

b)

In der Aufgabe war die Beschränkung

$$\sum_i T_i = \sum_i A_i + \sum_i F_i$$

angegeben. Da Zeit zwischen Personen nicht übertragbar ist, wäre es sinnvoller gewesen, von den individuellen Beschränkungen

$$T_i = A_i + F_i \quad , \qquad i = 1, \dots, n$$

auszugehen. Auf diesen und nicht auf den in der Aufgabe beschriebenen Fall stellt die Musterlösung ab. Für die herzuleitenden Bedingungen spielt es keine Rolle, welche Beschränkung verwendet wird.

Wir maximieren die Lagrange-Funktion

$$L = U(x_i, F_i) + \sum_{j \neq i} \lambda_j \left[U(x_j, F_j) - \overline{U}_j \right]$$

$$+ \mu_x \left(X - \sum_i x_i \right) + \mu_a \left(\sum_i A_i - A_x \right)$$

$$+ \sum_i \mu_{Ti} \left(T_i - A_i - F_i \right) + \theta \left[X(A_x) - X \right]$$

Als notwendige Bedingungen erster Ordnung für ein inneres Maximum erhält man

(1) $\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial U}{\partial x_i} - \mu_x = 0 \qquad , \qquad i \neq j$

(2) $\frac{\partial L}{\partial F_i} = \frac{\partial U}{\partial F_i} - \mu_{Ti} = 0 \qquad , \qquad i \neq j$

(3) $\frac{\partial L}{\partial x_j} = \lambda_j \frac{\partial U}{\partial x_j} - \mu_x = 0 \qquad , \qquad j \neq i$

(4) $\frac{\partial L}{\partial F_j} = \lambda_j \frac{\partial U}{\partial F_j} - \mu_{Tj} = 0 \qquad , \qquad j \neq i$

(5) $\frac{\partial L}{\partial X} = \mu_x - \theta = 0$

(6) $\frac{\partial L}{\partial A_x} = -\mu_a + \theta \frac{dX}{dA_x} = 0$

(7) $\frac{\partial L}{\partial A_i} = \mu_a - \mu_{Ti} = 0$ für alle i

Aus (1) - (4) und (7) folgt

$$-\frac{dF_i}{dx_i} = \frac{\partial U / \partial x_i}{\partial U / \partial F_i} = \frac{\mu_x}{\mu_a} = \frac{\partial U / \partial x_j}{\partial U / \partial F_j} = -\frac{dF_j}{dx_j}$$

Im Pareto-Optimum müssen die Grenzraten der Substitution zwischen Freizeit und Güterverbrauch für alle Individuen gleich sein.

Aus (5) und (6) folgt:

$$\mu_x \frac{dX}{dA_x} = \mu_a$$

Zusammen mit (1) - (4) und (7) folgt weiter

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} \frac{dX}{dA_x} = \frac{\partial U}{\partial F_i} \qquad \text{für alle i}$$

Interpretation: Die linke Seite ist das Produkt aus dem Grenznutzen des Güterverbrauchs und der Grenzproduktivität der Arbeit. Es mißt den Nutzenzuwachs eines Individuums, der ihm aus einer zusätzlichen Einheit an Arbeitszeit entsteht. Auf der rechten Seite steht der Grenznutzen der Freizeit. Im

Pareto-Optimum muß also eine Zeiteinheit bei jedem Individuum in den beiden möglichen Verwendungen den gleichen Nutzenzuwachs erbringen.

c)

Ein Individuum *i*, das sich einem gegebenen Güterpreis p_x und einem gegebenem Lohnsatz p_a gegenübersieht, löst folgendes Problem

$$\max_{x_i, F_i} \quad U(x_i, F_i)$$

$$\text{u.d.N.} \quad p_a \, (T_i - F_i) - p_x \; x_i = 0$$

Wir maximieren die zugehörige Lagrange-Funktion

$$Z = U(x_i, F_i) + \delta_i \left[p_a \, (T_i - F_i) - p_x \; x_i \right]$$

bezüglich x_i und F_i. Als Bedingung erster Ordnung erhalten wir

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} - \delta_i \; p_x = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial F_i} - \delta_i \; p_a = 0 \; .$$

Da sich bei Wettbewerb alle Individuen dem gleichen Preisverhältnis konfrontiert sehen, folgt

$$-\frac{dF_i}{dx_i} = \frac{\partial U / \partial x_i}{\partial U / \partial F_i} = \frac{p_x}{p_a} \qquad \text{für alle i}$$

Die Unternehmen maximieren ihren Gewinn.

Dies impliziert

$$\frac{dX}{dA_x} = \frac{p_a}{p_x}$$

Aus dieser und der vorherigen Gleichung folgt

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} \frac{dX}{dA_x} = \frac{\partial U}{\partial F_i} \qquad \text{für alle i}$$

Damit ist gezeigt, daß bei vollkommenen Wettbewerb die notwendigen Bedingungen für ein Pareto-Optimum erfüllt sind.

d)

Bei einer proportionalen Einkommensteuer mit dem Steuersatz t beträgt die von einem Individuum zu zahlende Steuer $t\, p_a (T_i - F_i)$. Sein Nettoeinkommen beträgt $(1-t) p_a (T_i - F_i)$. Er löst nun folgendes Maximierungsproblem

$$\max_{x_i, F_i} \quad U\,(x_i, F_i)$$

$$\text{u.d.N.} \qquad (1-t)\; p_a\; (T_i - F_i) = p_x\, x_i$$

Analog zu obigem Vorgehen erhalten wir als notwendige Bedingungen für ein Nutzenmaximum

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \delta_i\;\, p_x$$

$$\frac{\partial U}{\partial F_i} = \delta_i\; (1-t)\, p_a$$

und somit

$$-\frac{dF_i}{dx_i} = \frac{\partial U / \partial x_i}{\partial U / \partial F_i} = \frac{p_x}{p_a (1-t)} \qquad \text{für alle i}$$

Die Produktionsentscheidung der Unternehmen bleibt von der Steuer unberührt. Es gilt weiterhin $dX / dA_x = p_a \;/\; p_x$. Kombiniert man dies mit der Bedingung für ein Nutzenmaximum der Individuen, so folgt

$$(1-t)\,\frac{\partial U}{\partial x_i}\,\frac{dX}{dA_x} = \frac{\partial U}{\partial F_i}$$

Wir stellen fest, daß in einem Konkurrenzgleichgewicht der Nutzenzuwachs aus einer zusätzlichen Arbeitseinheit, $(\partial U / \partial x_i)\,(dX / dA_x)$ größer ist als der Grenznutzen der Freizeit. Die Zeitaufteilung ist nicht Pareto-optimal, denn die oben abgeleitete notwendige Bedingung für Pareto-Optimalität ist verletzt.

2. Aufgabe

Gegeben sei das folgende Modell einer kleinen offenen Wirtschaft mit flexiblem Wechselkurs:

$$Y = C\left[(1-t)Y\right] + I(i) + A + T(Y,w)$$

$$M = L\left[(1-t)Y, i\right]$$

$$i = i^* + \Pi$$

$$D = tY - A$$

$$K = T(Y,w)$$

a) Welche Funktionen sind zu der Funktion *T(Y,w)* zusammengefaßt worden?

b) Der Staat erhöht die Staatsausgaben, ändert den Steuersatz so, daß sich das Defizit nicht ändert, und die Zentralbank hält die Geldmenge konstant. Berechnen Sie die Änderung des Sozialprodukts.

c) Interpretieren Sie die Veränderung des Sozialprodukts ausführlich. Gehen Sie dabei insbesondere auf die Änderung von *T(Y,w)* ein.

Musterlösung

a)

In der Funktion $T(Y,w)$ sind folgende Funktionen zusammengefaßt: (5 Punkte)

$$T(Y,w) = Ex(w) - \frac{w \cdot p_a}{p}\, Im(Y,w)$$

Es handelt sich also um den Außenbeitrag, gerechnet in inländischen Gütereinheiten. Es gilt $T_y < 0$ und $T_w > 0$, sobald die Marshall-Lerner-Bedingung gilt.

b)

Das Gleichungssystem ist teilweise rekursiv. (15 Punkte)

Aus $i = i^* + \Pi$ folgt $di = 0$. Damit können *dY* und *dt* aus den Gleichungen

$$0 = L_y\,(1-t)\,dY - L_y\,Y\,dt \qquad \text{und}$$

$$0 = t\,d\;Y + Y\,d\,t - d\;A$$

bestimmt werden. Dabei ist $L_y = \dfrac{\partial L\left[(1-t)Y, i\right]}{\partial\left[(1-t)Y\right]}$.

Es ergibt sich für *dt* aus der zweiten Gleichung

$$dt = \frac{dA - t\,dY}{Y}$$

Einsetzen in die erste Gleichung ergibt

$$L_y\,(1-t)\,dY = \frac{L_y\;Y\,dA}{Y} - \frac{L_y Y\,t\,dY}{Y}$$

$$(1-t)\,dY = dA - t\,dY$$

$$dY = dA$$

c)

Das Sozialprodukt steigt um denselben Betrag wie die Staatsausgaben. (2 Punkte) In der Wirtschaft passiert folgendes. Der Staat erhöht die Staatsausgaben. Daraufhin steigt in der ersten Runde auch Y um dA. Das verfügbare Einkommen ändert sich nicht: Aus der Geldmarktgleichung folgt bei $di = 0$, daß sich die Transaktionskasse nicht ändern darf, damit der Geldmarkt im Gleichgewicht bleibt. (6 Punkte) Die Transaktionskasse hängt hier vom verfügbaren Einkommen ab, das sich somit auch nicht ändern darf. Somit ändert sich auch der Konsum nicht.

Das steigende Sozialprodukt führt zu steigenden Importen, T sinkt. Um die Importe bezahlen zu können, müssen mehr Devisen nachgefragt werden. Eine steigende Devisennachfrage führt dazu, daß die heimische Währung abgewertet wird (w steigt). (5 Punkte) Eine genauere Betrachtung der Gütermarktgleichung unter Beachtung von $dC = 0$ und $di = 0$ (und damit $dI = 0$) zeigt, daß sich auch T nicht ändern darf:

$$dY = dC + dI + dA + dT$$

Es kann nur dann $dY = dA$ gelten, wenn auch $dT = 0$ ist.

Für die Abwertung ergibt sich

$$T_y\,dY + T_w\,dw = 0$$

$$\Rightarrow \qquad dw = -\frac{T_y}{T_w}\,dA > 0 \quad .$$

3. Aufgabe

Eine Volkswirtschaft werde durch das folgende Gleichungssystem beschrieben:

(1) $Y = c_G(1-t)G + c_L(1-t)L + I + A$

(2) $Y = G + L$

(3) $tY = A$

(4) $Y = \overline{Y}$

Dabei bezeichnen

Y	:	reales Volkseinkommen
G	:	reales Gewinneinkommen
L	:	reales Lohneinkommen
I	:	private Realinvestitionen
A	:	reale Staatsausgaben
c_G, c_L	:	Konsumquoten der Bezieher von Gewinneinkommen bzw. Lohneinkommen
t	:	Steuersatz
$\overline{Y}$	:	fest vorgegebenes Realeinkommen bei Vollbeschäftigung

a) Was beschreiben die erste und die dritte Gleichung?

b) Welche Annahmen macht Kaldor über c_G, c_L und I ?

c) Leiten Sie aus dem Gleichungssystem die Kaldor-Formel für die Lohnquote her (Sie können $(1-t)(1-c_G) > \frac{I}{Y}$ annehmen).

d) Welchen Einfluß hat eine steuerfinanzierte Erhöhung der Staatsausgaben auf die Lohnquote?

Interpretieren Sie Ihr Ergebnis. Beachten Sie dabei, daß nach Kaldor der Nominallohn (kurzfristig) nicht vollständig an die Entwicklung des Preisniveaus angepaßt wird.

e) Wie wirkt eine Erhöhung der Investitionen I auf die Lohnquote?

f) Vergleichen Sie die unter c) und d) erhaltenen Ergebnisse. Welche der beiden Größen I oder A hat einen stärkeren Einfluß auf die Lohnquote und warum?

Musterlösung

a)

Die erste Gleichung beschreibt das Gleichgewicht auf dem Gütermarkt (links: Güterangebot, rechts: Güternachfrage).

Die dritte Gleichung ist die Budgetbedingung der Regierung. Die Staatsausgaben werden genau steuerfinanziert, es besteht kein Defizit.

Kaldor betrachtet die Investitionen als exogen gegeben $(I = \bar{I})$. Sie werden durch technischen Fortschritt und langfristige Wachstumserwartungen bestimmt.

Die Konsumquote der Bezieher von Lohneinkommen ist höher als die der Bezieher von Gewinneinkommen $(0 < c_G < c_L < 1)$. Dies folgt aus $0 < s_L < s_G < 1$. Grund: Die Bezieher von Gewinneinkommen müssen selbst für ihr Alter vorsorgen, ihre Sparquote ist also höher als die der Arbeitnehmer. (4 Punkte)

b)

Aus (2) erhält man $G = Y - L$. Einsetzen in (1) und Umformen ergibt

$$\frac{L}{Y} = \frac{1 - c_G(1-t) - \frac{I}{Y} - \frac{A}{Y}}{(1-t)(c_L - c_G)} \qquad (\ast)$$

Der Bruch ist positiv: Wegen $t < 1$ und $c_G < c_L$ ist der Nenner größer als Null. Aus dem in der Aufgabenstellung gegebenen Hinweis folgt, daß dies auch für den Zähler gilt, denn wegen (3) hat man im Zähler $1 - c_G(1-t) - \frac{I}{Y} - \frac{A}{Y} = (1-t)(1-c_G) - \frac{I}{Y}$. (7 Punkte)

c)

Umformen von (3) ergibt $t = A/Y$. Setzt man dies in die Formel für die Lohnquote (∗) ein

$$\frac{L}{Y} = \frac{(1-\frac{A}{Y})\,(1-c_G) - \frac{I}{Y}}{(1-\frac{A}{Y})\,(c_L - c_G)} \quad ,$$

so erhält man den Einfluß einer steuerfinanzierten Erhöhung der Staatsausgaben auf die Lohnquote durch Differenzieren nach A:

$$\frac{\partial(\frac{L}{Y})}{\partial A} = \frac{-I}{Y^2(1-\frac{A}{Y})^2(c_L - c_G)} = \frac{-I}{Y^2(1-t)^2(c_L - c_G)} < 0 \quad .$$

Die Lohnquote sinkt also.

Interpretation: Die staatliche Maßnahme hat zunächst zwei gegensätzliche Wirkungen:

Die Ausgabenerhöhung führt unmittelbar zu einem Anstieg der Güternachfrage.

Zur Finanzierung der höheren Ausgaben müssen jedoch die Steuern erhöht werden (Y ist nach (4) wegen Vollbeschäftigung konstant). Diese Steuererhöhung senkt das verfügbare Einkommen der Haushalte und damit auch deren Konsum. Dadurch sinkt die Güternachfrage.

Da die Haushalte bei einer Senkung der verfügbaren Einkommen ihren Konsum nicht im gleichen Umfang einschränken (die Konsumquoten c_L und c_G sind ja kleiner als Eins), ist dieser „Steuereffekt“ jedoch geringer als der „Ausgabeneffekt“. Insgesamt führt die staatliche Maßnahme daher zu einer Überschußnachfrage auf dem Güternmarkt. Da bereits Vollbeschäftigung herrscht, führt dies zu Preissteigerungen. Da annahmegemäß die Nominallöhne weniger flexibel sind als die Güterpreise, sinkt der Reallohn. Damit sinken auch die realen Lohneinkommen und die Lohnquote, die Kapitaleinkommen steigen. In der Folge wird von den Lohneinkommensbeziehern weniger und von den Kapitaleinkommensbeziehern mehr gespart. Da die Sparquote der Kapitaleinkommenbezieher höher ist als die der Arbeitnehmer, wird insgesamt jedoch mehr gespart. Dies bringt den Gütermarkt wieder ins Gleichgewicht.

(12 Punkte)

d)

Aus (✻) berechnet man

$$\frac{\partial(\frac{L}{Y})}{\partial I} = \frac{-1}{Y(1-t)\,(c_L - c_G)} < 0$$

Eine Erhöhung der Investitionen senkt die Lohnquote.

Auch höhere Investitionen führen zu einer Überschußnachfrage auf dem Gütermarkt mit Folgen, wie unter c) beschrieben.

(4 Punkte)

e)

Man erhält unter Ausnutzung der Ergebnisse aus c) und d)

$$\frac{\left|\frac{\partial(\frac{L}{Y})}{\partial A}\right|}{\left|\frac{\partial(\frac{L}{Y})}{\partial I}\right|} = \frac{\frac{I}{Y^2\,(1-t)^2\,(c_L - c_G)}}{\frac{1}{Y(1-t)(c_L - c_G)}} = \frac{I}{Y(1-t)} < 1$$

$$\Rightarrow \quad \left|\frac{\partial(\frac{L}{Y})}{\partial A}\right| < \left|\frac{\partial(\frac{L}{Y})}{\partial I}\right|$$

Die Investitionen haben also einen stärkeren Einfluß auf die Lohnquote, d.h. die Lohnquote sinkt stärker.

Grund: Höhere Investitionen wie auch höhere Staatsausgaben stellen eine Nachfrageerhöhung dar. Da die Staatsausgaben aber steuerfinanziert sind, ist der Nachfrageanstieg geringer, denn durch die Steuererhöhung sinkt wie oben beschrieben das verfügbare Einkommen und damit der Konsum. Die nachfolgenden Effekte (Preisanstieg, Reallohnsenkung) sind dann auch entsprechend schwächer ausgeprägt.

(6 Punkte)

Klausur Allgemeine Volkswirtschaftslehre, Prüfer Prof. Dr. Arnold, September 1997

1. Aufgabe

Gegeben sei eine Ökonomie mit einem Gut *(Y)* und einem Produktionsfaktor, Arbeit *(A)*. Die Produktionsmöglichkeiten werden durch die Funktion

$$Y = G(A) \ , \ G' > 0$$

beschrieben. Die Nutzenfunktionen der Konsumenten lauten

$$U_i = U^i\,(y_i, F_i) \ , \ \partial U^i / \partial y_i > 0 \ , \ \partial U^i / \partial F_i > 0 \ , \qquad i = 1, \ldots, n$$

Weiterhin gilt:

$$Z_i = h_i + F_i \ , \qquad i = 1, \ldots, n$$
$$A = \sum_{i=1}^{n} h_i$$

Dabei bezeichnen

y_i die vom Konsumenten *i* verbrauchte Menge des Gutes,

F_i die Freizeit des Konsumenten *i* ,

h_i seine Arbeitszeit,

Z_i seine insgesamt verfügbare Zeit.

a) Leiten Sie für die beschriebene Ökonomie die notwendigen Bedingungen für ein Pareto-Optimum ab.

b) Erläutern Sie, inwiefern eine Pareto-Verbesserung möglich ist, wenn gilt:

$$\frac{\partial U^i / \partial F_i}{\partial U^i / \partial y_i} < \frac{dG}{dA} \qquad \text{für alle } i \ .$$

c) Prüfen Sie, ob in einer konkurrenzmäßig organisierten Wirtschaft ein Pareto-Optimum realisierbar ist, wenn alternativ

- der Güterverbrauch besteuert wird,
- der Arbeitseinsatz in der Produktion subventioniert wird.

Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.

Musterlösung

a)

Wir maximieren die Lagrange-Funktion

$$L = U^j\left(y_j, F_j\right) + \sum_{i \neq j} \lambda_i \left[U^i\left(y_i, F_i\right) - \overline{U_i}\right] + \theta\left[G(A) - Y\right] + \mu_y\left(Y - \sum_i y_i\right)$$
$$+ \mu_a\left(\sum_i h_i - A\right) + \sum_i \mu_{zi}\left(Z_i - h_i - F_i\right)$$

[5 Punkte]

bezüglich $y_j, F_j, y_i, F_i\ (i \neq j), h_i, Y$ und A. Die notwendigen Bedingungen erster Ordnung für eine inneres Maximum sind

(1) $$\frac{\partial L}{\partial y_j} = \frac{\partial U^j}{\partial y_j} - \mu_y = 0$$

(2) $$\frac{\partial L}{\partial F_j} = \frac{\partial U^j}{\partial F_j} - \mu_{zj} = 0$$

(3) $$\frac{\partial L}{\partial h_i} = \mu_a - \mu_{zi} = 0 \quad \text{für alle } i$$

(4) $$\frac{\partial L}{\partial y_i} = \lambda_i \frac{\partial U^i}{\partial y_i} - \mu_y = 0 \quad \text{für alle } i \neq j$$

(5) $$\frac{\partial L}{\partial F_i} = \lambda_i \frac{\partial U^i}{\partial F_i} - \mu_{zi} = 0 \quad \text{für alle } i \neq j$$

(6) $$\frac{\partial L}{\partial Y} = \mu_Y - \theta = 0$$

(7) $$\frac{\partial L}{\partial Y} = \theta G' - \mu_a = 0$$

[2 Punkte]

Aus (1) - (5) folgt

$$-\frac{dF_i}{dy_i}\bigg|_{U^i} = \frac{\partial U^i / \partial y_i}{\partial U^i / \partial F_i} = \frac{\mu_y}{\mu_a} = \frac{\partial U^j / \partial y_j}{\partial U^j / \partial F_j} = -\frac{dF_j}{dy_j}\bigg|_{U^j}$$

[2 Punkte]

In Worten: Im Pareto-Optimum müssen die Grenzraten der Substitution zwischen Freizeit und Güterkonsum für alle Individuen gleich sein.

[1 Punkt]

Aus (6) und (7) folgt

$$\mu_y G' = \mu_a.$$

Zusammen mit (1) - (5) folgt weiter:

$$\frac{\partial U^i}{\partial y_i} G' = \frac{\partial U^i}{\partial F_i} \quad \text{für alle } i.$$

oder

$$\frac{\partial U^i / \partial F_i}{\partial U^i / \partial y_i} = G'$$ **[2 Punkte]**

In Worten: Im Pareto-Optimum muß die (für alle Individuen gleiche) Grenzratze der Substitution zwischen Güterverbrauch und Freizeit gleich der Grenzproduktivität der Arbeit sein. **[1 Punkt]**

b)

Der Ausdruck auf der linken Seite der Ungleichung gibt die Menge des Gutes an, die ein Individuum zusätzlich benötigt, wenn seine Freizeit um eine (kleine) Einheit gesenkt wird und sein Nutzenniveau konstant bleiben soll. Auf der rechten Seite steht der marginale Produktionszuwachs, der sich ergibt, wenn die Arbeitszeit ausgedehnt wird.

Verzichten die Individuen in der beschriebenen Situation auf ein wenig Freizeit, so könnte zusätzlich mehr produziert werden als erforderlich wäre, um das Nutzenniveau der Individuen konstant zu halten. Würde die überschüssige Gütermenge z.B. dem Individuum 1 zugeteilt, so würde sein Nutzen steigen, ohne daß der Nutzen aller übrigen Individuen sinkt. Dies wäre eine Pareto-Verbesserung. **[5 Punkte]**

c)

- Verbrauchsteuer

Wir betrachten exemplarisch eine Mengensteuer mit dem Satz t (im Fall einer Wertsteuer wäre die Argumentation ähnlich). Sei p der Verbraucherpreis und p_n der Erzeugerpreis des Gutes. Dann gilt:

$$p = p_n + t$$

Ein Individuum, das sich einem gegebenem Lohnsatz und einem gegebenem Verbraucherpreis gegenübersieht, löst das Problem

$$\max_{y_i, F_i} U^i(y_i, F_i)$$

$$\text{u. d. N.: } p_a(Z_i - F_i) = p y_i$$

Wir maximieren die Lagrange-Funktion

$$L = U^i\left(y_{i,}F_i\right) + \delta_i \left[p_a\left(Z_i - F_i\right) - p y_i\right]$$

bezüglich y_i und F_i. Die Bedingungen erster Ordnung sind

$$\partial U^i \big/ \partial y_i = \delta_i p$$
$$\partial U^i \big/ \partial y_i = \delta_i p_a$$

Da bei vollkommenem Wettbewerb alle Individuen mit dem gleichen Reallohn $p_a \big/ p$ konfrontiert sind, folgt:

$$(8) \qquad -\left.\frac{d\,y_i}{d\,F_i}\right|_{U^i} = \frac{\partial U^i \big/ \partial F_i}{\partial U^i \big/ \partial y_i} = \frac{p_a}{p} \quad \text{für alle } i.$$ **[3 Punkte]**

Gegeben sei eine feste Zahl von Firmen, die jeweils ihren Gewinn nach Steuer maximieren. Erzeugerpreis und Lohnsatz werden von ihnen als Datum angesehen. Bezeichnen wir mit A_k den Arbeitseinsatz der Firma *k*, dann ist ihr Gewinn

$$G_k = (p - t)G(A_k) - p_a A_k$$

Im Gewinnmaximum gilt

$$(9) \qquad G'\left(A_k\right) = \frac{p_a}{p - t}$$

Die Preise sind für alle Firmen gleich, so daß auch die Grenzproduktivität der Arbeit (und wegen der für alle Firmen identischen Produktionsfunktion auch der Arbeitseinsatz) in allen Firmen den gleichen Wert annimmt. **[3 Punkte]**

Aus (8) und (9) folgt:

$$\frac{p_a}{p} = \frac{\partial U^i \big/ \partial F_i}{\partial U^i \big/ \partial y_i} < G' = \frac{p_a}{p - t}$$ **[1 Punkt]**

Die Situation ist nicht Pareto-optimal. Die Verbrauchsteuer bewirkt, daß sich Verbraucher und Firmen unterschiedlichen Preisverhältnissen gegenübersehen. Der Reallohn ist für die Verbraucher niedriger als für die Firmen. Die Folge: Die Individuen fragen „zu viel“ vom Gut Freizeit nach (d.h. sie bieten „zu wenig“ Arbeitszeit an), und die Firmen setzen „zu wenig“ Arbeit ein und produzieren somit „zu wenig“. **[2 Punkte]**

- Subventionierung des Arbeitseinsatzes

Wir betrachten - wiederum exemplarisch - eine Mengensubvention mit dem Satz *s*. Eine typische Firma maximiert ihren Gewinn unter Berücksichtigung der Subvention:

$$\max_{A_k} pG\left(A_k\right) - (p_a - s)A_k$$

Im Gewinnmaximum gilt:

[3 Punkte]

$$(10) \qquad G' = \frac{p_a - s}{p}$$

Das Entscheidungsproblem der Verbraucher bleibt von der Subvention unberührt. Es gilt also weiterhin (8), und somit folgt: **[1 Punkt]**

[1 Punkt]

$$\frac{p_a - s}{p} = G' < \frac{\partial U^i / \partial F_i}{\partial U^i / \partial y_i} = \frac{p_a}{p}$$

Auch diese Situation ist nicht Pareto-optimal. Der Nettoreallohn, mit dem die Firmen kalkulieren, ist niedriger als der Reallohn, an dem sich die Individuen orientieren. Als Folge setzen die Firmen „zu viel“ Arbeit ein, und die Individuen fragen „zu wenig“ Freizeit nach. **[2 Punkte]**

2. Aufgabe

Gegeben sei das folgende Modell einer kleinen offenen Volkswirtschaft:

$$
\begin{aligned}
&Y = C\left[(1-t)Y\right] + I(i) + T(Y,w) + A \\
&M = L(Y,i) \\
&K = T(Y,w) \\
&i = i^{*} + \prod
\end{aligned}
$$

a) Grenzen Sie die Geldmengen *M1, M2* und *M3* voneinander ab. Erläutern Sie den Begriff der Zentralbankgeldmenge.

b) Erläutern Sie die Instrumente

   Offenmarktpolitik,

   Mindestreservepolitik und

   Refinanzierungspolitik, die die Zentralbank zur Steuerung der Geldmenge nutzen kann.

c) In der obigen Volkswirtschaft erhöht die Zentralbank die Geldmenge. Die Regierung halte Staatsausgaben und Steuersätze konstant. Berechnen Sie die Veränderungen der endogenen Variablen.

d) Interpretieren Sie die Veränderung des Sozialprodukts ausführlich ökonomisch. Gehen Sie dabei auch auf die Veränderung des Außenhandels ein.

Musterlösung

a) **[8 Punkte]**

- M1 = Bargeld bei inländischen Nichtbanken
  + Sichtguthaben inländischer Nichtbanken bei Banken
  (ohne Zentralbankguthaben öffentlicher Haushalte)
- M2 = M1 + Termingelder (mit einer Laufzeit bis 4 Jahre)
- M3 = M2 + Spareinlagen (mit gesetzlicher Kündigungsfrist)
- Zentralbankgeldmenge = Bargeld (bei Banken und Nichtbanken)
  + Einlagen von Geschäftsbanken bei der Zentralbank

b) **[6 Punkte]**

- Offenmarktpolitik: Die Zentralbank kauft oder verkauft am offenen Markt auf eigene Rechnung Wertpapiere
- Mindestreservepolitik: Die Zentralbank legt einen Mindesreservesatz fest. Die Geschäftsbanken müssen entsprechend dieses Satzes einen Teil ihrer Kundeneinlagen zinslos bei der Zentralbank hinterlegen.
- Refinanzierungspolitik: Hier sind drei Begriffe zu erläutern
  - Diskontrate: Die Geschäftsbanken können Wechsel vor Fälligkeit an die Zentralbank verkaufen. Sie müssen dafür einen Abschlag in Höhe des Diskontsatzes bezahlen.
  - Lombardsatz: Die Geschäftsbanken können sich bei der Zentralbank gegen Verpfändung von Wertpapieren verschulden. Für diesen Kredit zahlen sie den Lombardsatz.
  - Refinanzierungskontingente: Die Geschäftsbanken können diese Möglichkeiten nicht unbegrenzt in Anspruch nehmen sondern nur solange bis das Rediskont- bzw. das Lombardkontingent nicht ausgeschöpft ist.

c)

Es handelt sich um ein Fleming-Mundell Modell, daher gilt $di = 0$.
Aus der zweiten Gleichung folgt dann

$$dY = \frac{dM}{L_y} > 0$$ **[3 Punkte]**

Aus der ersten Gleichung kann dw berechnet werden:

$$dY = C_y(1-t)\ dY + T_y\ dY + T_w\ dw$$

$$\Rightarrow \qquad dw = \frac{1-C_y\ (1-t) - T_y}{T_w}\ \frac{dM}{L_y} > 0$$ **[3 Punkte]**

Für $dK = T_y\ dY + T_w\ dw = dT$ folgt aus Gleichung 1

$$dT = 1 - C_y\ (1-t)\ dY = \frac{1-C_y\ (1-t)}{L_y} \cdot dM = dK > 0$$ **[3 Punkte]**

d) **[10 Punkte]**

Das Sozialprodukt wird auf dem Geldmarkt festgelegt. Da sich der Zins (und damit die Spekulationskasse) nicht ändert, muß das Sozialprodukt so lange steigen bis das zusätzliche Geld in der Transaktionskasse gelandet ist.
Die Zentralbank erhöht die Geldmenge. Sie kauft beispielsweise Wertpapiere. Dadurch kommt es zu Kurssteigerungstendenzen (der Wertpapierkurs $1/i$ kann nicht steigen, weil der Zinssatz durch das Ausland vorgegeben ist). Kurssteigerungstendenzen entsprechen Zinssenkungstendenzen. Sobald der Zins im Inland zu fallen droht, werden die Anleger verstärkt ausländische Wertpapiere kaufen $(dK > 0)$. Das führt in diesem Modell dazu, daß der Zins nicht wirklich sinkt. Der verstärkte Kapitalexport führt zu einer Übernachfrage nach Devisen mit der Folge, daß die heimische Währung abgewertet wird $(dw > 0)$. Die Abwertung führt zu einem Anstieg des Handelsbilanzsaldos $(dT = dK > 0)$. Daraufhin steigt das Sozialprodukt. Dieser Prozeß hält solange an bis das zusätzliche Geld vollständig als Transaktionskasse gehalten wird $(dM = L_y\, dY)$. Damit ist die Ursache für die Zinssenkungstendenz beseitigt. Die geldpolitische Maßnahme war erfolgreich.

Häufige Fehler:

Die Definitionen in a) und b) waren oft nicht korrekt.

In Teil c) waren neben di und dY auch dw und dK zu berechnen.

In Teil d) wurde Geld oft mit Einkommen gleichgesetzt. Beispiel: Die Haushalte haben mehr Geld, deshalb konsumieren sie auch mehr. Dieser Zusammenhang besteht so nicht. Zwar entsteht bei erhöhtem Einkommen der Wunsch nach höherer Kassenhaltung, aber eine höhere Kassenhaltung bedeutet nicht automatisch mehr Einkommen. Die hohe Kassenhaltung wird eher durch Wertpapierkäufe abgebaut. In diesem Modell kommt es erst dadurch zu Einkommens- und Konsumsteigerungen.

3. Aufgabe

Ein neoklassisches Wachstumsmodell werde durch die folgenden Gleichungen charakterisiert:

(1) $Y(t) = F(N(t),\ K(t))$

(2) $\hat{N}(t) = n > 0$

(3) $D(t) = \delta\, K(t) \qquad , \delta > 0$

(4) $I(t) = s\, Y(t) \qquad , \ 0 < s < 1$

Dabei bezeichnen

Y Sozialprodukt
F Produktionsfunktion
N Arbeit
K Kapital
n Wachstumsrate des Faktors Arbeit
D Abschreibungen
I Investitionen
t Zeit

a) Welche Annahmen werden üblicherweise über die Produktionsfunktion gemacht?

   Geben Sie ein Beispiel an für eine Produktionsfunktion, die diese Annahmen erfüllt.

b) Leiten Sie die Bedingung ab, die die Kapitalintensität erfüllen muß, damit ein Wachstumsgleichgewicht vorliegt.

c) Veranschaulichen Sie diese Bedingung anhand der folgenden Abbildung:

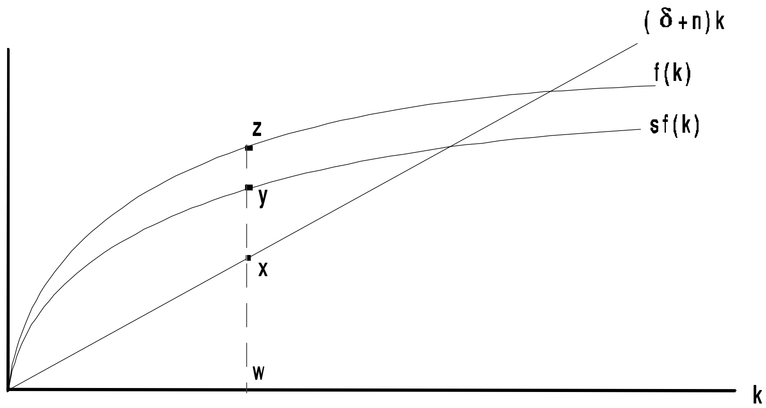


Abb. 1

Zeichnen Sie dazu die Kapitalintensität im Wachstumsgleichgewicht ein.

Was messen die Strecken $\overline{yz}$, $\overline{wy}$, $\overline{wx}$, $\overline{xy}$?

Was läßt sich anhand der Abbildung über die Stabilität des Wachstumsgleichgewichts sagen?

d) Im Wachstumsgleichgewicht bleibt der Pro-Kopf-Konsum c^* im Zeitablauf konstant. Wie beeinflußt die Höhe der Sparquote diesen Pro-Kopf-Konsum c^* im Wachstumsgleichgewicht? Stellen Sie den Zusammenhang im folgenden Diagramm graphisch dar:

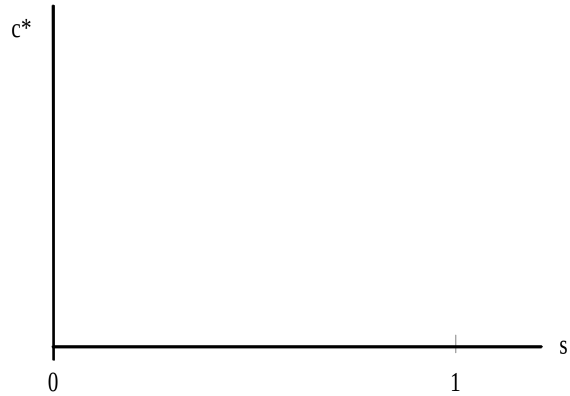


Abb. 2

Was versteht man in diesem Modell unter einer *optimalen* Sparquote?

Tragen Sie die optimale Sparquote in die Abb. 2 ein.

e) Leiten Sie (mathematisch) die Bedingung her, die bei einer optimalen Sparquote erfüllt sein muß, und zeichnen Sie in der folgenden Abbildung die Kurve *s f (k)* und die Kapitalintensität im Wachstumsgleichgewicht *k** ein, wie sie sich im Fall der optimalen Sparquote ergeben.

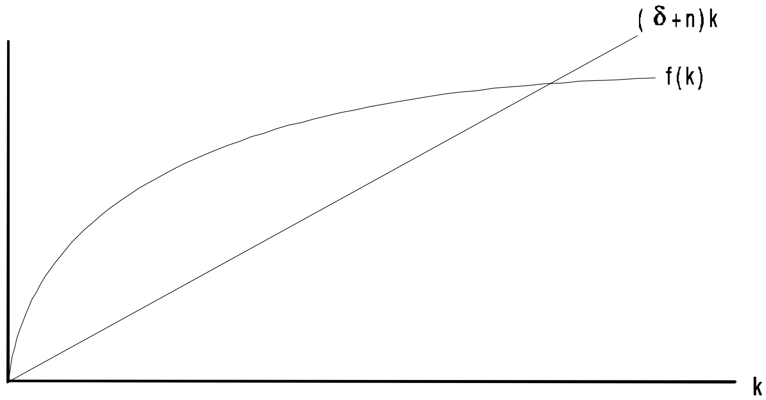


Abb. 3

Musterlösung

a)

Annahmen über die Produktionsfunktion F:
- Die Produktionsfaktoren sind gegeneinander substituierbar.
- Positive und abnehmende Grenzproduktivitäten:

$$F_N > 0 \ , \ F_K > 0 \ , \ F_{NN} < 0 \ , \ F_{KK} < 0$$

- Linearhomogenität:

$$F(\lambda N, \lambda K) = \lambda F(N, K) \qquad \textit{für alle } \lambda > 0.$$

- Häufig wird auch die Gültigkeit der Inada Bedingungen unterstellt:

$$\lim_{K\to\infty} F_K = \lim_{N\to\infty} F_N = 0 \quad , \lim_{K\to 0} F_K = \lim_{N\to 0} F_N = \infty$$

Ein Beispiel ist die
- Cobb-Douglas Produktionsfunktion

$$F(N, K) = aN^{\alpha} K^{1-\alpha} \qquad \textit{mit } a > 0 \quad , \quad 0 < \alpha < 1.$$

[6 Punkte]

Hinweise:

- *Ein häufiger Fehler war die Behauptung, die Grenzproduktivitäten seien „steigend und abnehmend".*
- *„Konstante Skalenerträge" meint dasselbe wie Linearhomogenität.*
- *Als Beispiel reichte der Begriff Cobb - Douglas - Produktionsfunktion allein nicht für die volle Punktzahl. Es wurde auch die Angabe einer entsprechenden Funktion erwartet. Häufiger Fehler war* $N^{\alpha} K^{\alpha-1}$. *Der Nachweis der obigen Eigenschaften für das genannte Beispiel war nicht notwendig und ist ggfs. mit einem Sonderpunkt honoriert worden.*

b)

Aufgrund der Linearhomogenität erhält man als Pro - Kopf-Produktionsfunktion (die Abhängigkeit der Größen von der Zeit t wird der besseren Übersichlichkeit halber weggelassen)

$$\frac{Y}{N} = \frac{F(N,K)}{N} = F\left(\frac{N}{N}, \frac{K}{N}\right) = F(1,k) =: f(k),$$

wobei $k := K/N$ die Kapitalintensität bezeichnet.

Die Änderung des Kapitalstocks erhält man aus (3) und (4):

$$\dot{K} = I - D = sY - \delta K \ .$$

Die Änderung der Kapitalintensität berechnet man nun als

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}N - \dot{N}K}{N^2} = \frac{\dot{K}}{N} - \hat{N}k = \frac{sY - \delta K}{N} - \hat{N}k = sf(k) - \delta k - nk \ .$$

[8 Punkte]

Im Wachstumsgleichgewicht gilt $\dot{k} = 0$, also $sf(k^*) = (\delta + n)k^*$. (5)

Hinweise:

– *Zur Lösung gehört auch die Herleitung der Pro - Kopf - Produktionsfunktion oder zumindest ein Hinweis darauf, was mit „f(k)" gemeint ist und warum eine Darstellung in dieser Form möglich ist (Linearhomogenität).*

– *Relativ häufig wurden die Abschreibungen nicht berücksicktigt.*

c)

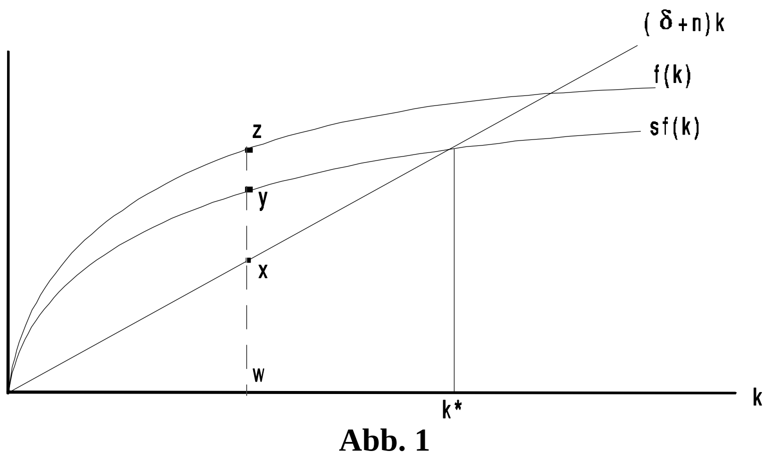


Abb. 1

In der Abbildung 1 messen die Strecken

$\overline{YZ}$ den Konsum pro Kopf;

$\overline{WY}$ den Spar- bzw. Investitionsbetrag pro Kopf;

$\overline{WX}$ die zur Erhaltung der Kapitalintensität w erforderlichen Investitionen pro Kopf („capital widening"). Dazu zählen zum einen Ersatzinvestitionen infolge der Abschreibungen δk und zweitens die Kapitalausstattung für die Arbeitskräfte, die infolge des Wachstums des Faktors Arbeit neu hinzukommen (nk);

$\overline{XY}$ $= \dot{k}$ die Differenz der letzten beiden Größen. (auch als „capital deepening“ bezeichnet).

Das Wachstumsgleichgewicht k* ist stabil, denn im Zeitablauf gleicht sich die Kapitalintensität immer mehr dem Gleichgewichtswert k* an:

- Für $0 < k < k^*$ wird pro Kopf mehr investiert, als zum Ausgleich von Abschreibungen und Arbeitswachstum benötigt wird. Diese zusätzlichen Investitionen erhöhen die Kapitalausstattung pro Kopf.

- Für $k>k^*$ ist es gerade umgekehrt. Die Bruttoinvestitionen reichen nicht aus, um ein Absinken der Kapitalintensität infolge Abschreibungen und Arbeitswachstum zu verhindern. Der Faktor Arbeit wächst also schneller als die Nettoinvestitionen. Die Kapitalausstattung pro Kopf sinkt.

- Bei $k=k^*$ reichen die Investitionen gerade aus, um Ersatzinvestitionen zu tätigen und die neu hinzugekommenen Arbeitskräfte mir dem bisherigen Kapital-pro-Kopf-Standard auszurüsten. Die Kapitalintensität bleibt unverändert. Das System befindet sich in einer Ruhelage.

[7 Punkte]

d) Der Pro-Kopf-Konsum

$$c = f(k) - sf(k)$$

hängt nur von der Kapitalintensität ab. Da diese im Wachstumsgleichgewicht konstant ist, ist auch der Konsum pro Kopf im Wachstumsgleichgewicht konstant. Nach Einsetzen der Bedingung (5) erhält man für diesen Pro-Kopf-Konsum im Wachstumsgleichgewicht

$$c^* = f(k^*) - (\delta + n)k^* \quad . \tag{6}$$

Bei Variation von *s* verschiebt sich in Abbildung 1 die *sf(k)*- Kurve und daher auch *k**. Je höher *s*, desto höher *k**. Erhöht man nun ausgehend von *s=0* die Sparquote immer weiter, so steigt auch *k** und man liest aus Abbildung 1 ab, daß c* als Differenz der Kurven *f(k)* und $(d+n)k$ zunächst steigt und dann fällt - und zwar bis auf Null für *s=1*.

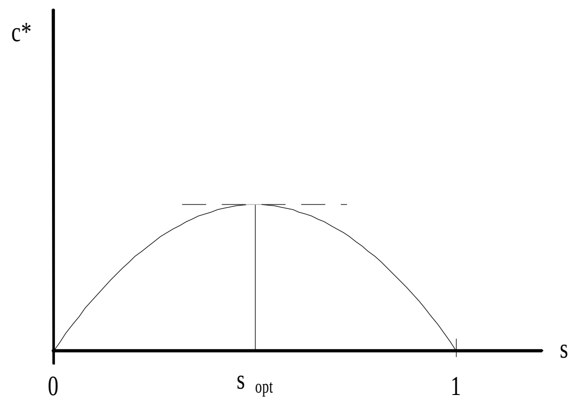


Abb. 2

Dieser Kurvenverlauf läßt sich wie folgt erklären. Eine Erhöhung der Sparquote hat zwei Effekte, die einander entgegengesetzt sind:

– Bei gegebener Produktion sinkt der Konsum, da das, was gespart wird, nicht konsumiert werden kann.

– Anderseits erhöht eine höhere Sparquote die Produktion pro Kopf, so daß insgesamt mehr für Sparen und Konsum zur Verfügung steht.

Je nachdem, welcher der beiden Effekte überwiegt, steigt oder fällt c^*.

Mit der optimalen Sparquote s_{opt} ist diejenige Sparquote gemeint, bei der der Pro-Kopf-Konsum im Wachstumsgleichgewicht (auch: der „langfristige Pro-Kopf-Konsum") maximal ist. **[5 Punkte]**

Hinweis:

Dieser Aufgabenteil ging über die reine Reproduktion des Kursmaterials hinaus und hat dementsprechend die größten Probleme bereitet. Die Musterlösung ist daher ausführlicher als es in der Klausur erwartet wurde. Der produktivitätserhöhende Effekt wurde häufig übersehen und daher eine streng monoton fallende Beziehung zwischen Konsum und Sparquote postuliert.

e) Existenz und Eindeutigkeit des Wachstumsgleichgewichts vorausgesetzt, definiert die Bedingung (5)

$$sf(k^*) = (\delta + n)k^*$$

einen funktionalen Zusammenhang zwischen Sparquote und der Kapitalintensität im Wachstumsgleichgewicht $k^*(s)$.

Durch implizites Differenzieren von (5) erhält man

$$\frac{dk^*}{ds} = \frac{f(k^*)}{\delta + n - sf'(k^*)} = \frac{k^* f(k^*)}{s[f(k^*) - kf'(k^*)]} > 0 \ . \qquad (7)$$

Die Ungleichung gilt, da in der eckigen Klammer gerade die Grenzproduktivität der Arbeit steht. Je höher die Sparquote, desto höher *k**. Diesen Zusammenhang hatten wir im Aufgabenteil d) auch graphisch hergeleitet.

Einsetzen von *k*(s)* in (6) ergibt den Zusammenhang von *c** und *s*:

$$c^*(s) = f(k^*(s)) - (\delta + n)k^*(s)$$

Diese Funktion wurde in der Abbildung 2 graphisch dargestellt. Die optimale Sparquote löst das Maximierungsproblem $\max_s \ c^*(s)$ mit der Bedingung erster Ordnung

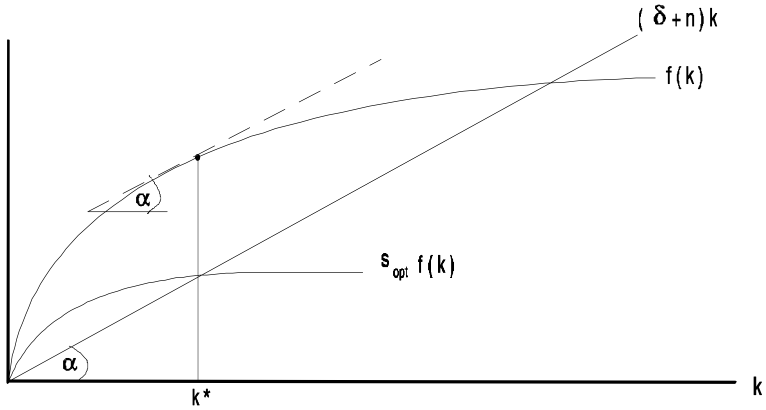
$$\frac{dc^*}{ds} = f'(k^*)\frac{dk^*}{ds} - (\delta + n)\frac{dk^*}{ds} = 0$$

Wegen (7) gilt $\frac{dk^*}{ds} \neq 0$. Man kann also durch $\frac{dk^*}{ds}$ dividieren und erhält die gesuchte Bedingung:

$$f'(k^*) = \delta + n \ .$$

Sie wird auch als „goldene Regel der Kapitalakkumulation“ bezeichnet.

Graphisch:



[7 Punkte]

Abb. 3

Hinweis: In der Lösung sollte der Zusammenhang von k und s deutlich werden. Insbesondere war* $\frac{dk^*}{ds} \neq 0$ *zu begründen. Dies wurde häufig vergessen.*

1. Aufgabe

Es wird eine Volkswirtschaft betrachtet, deren Produktionsseite in zwei Sektoren unterteilt ist, die die Konsumgüter X und Y produzieren. Zur Güterproduktion werden die Produktionsfaktoren A und K eingesetzt, deren verfügbare Mengen exogen vorgegeben und konstant sind.
Die Produktionsmöglichkeiten der Volkswirtschaft werden durch die folgenden Produktionsfunktionen

(1) $\tilde{X} = \tilde{X}(\tilde{A}_x, \tilde{K}_x)$

(2) $Y = Y(A_y, K_y)$

mit

(3) $X = k\,\tilde{X}$

sowie durch die Faktormengenbeschränkungen

(4) $A_0 = k\,\tilde{A}_x + A_y$

(5) $K_0 = k\,\tilde{K}_x + K_y$

beschrieben. Dabei ist k die - variable - Zahl der Unternehmen in der Branche X. Das „~“-Zeichen kennzeichnet Größen, die sich auf die - identischen - Unternehmen der Branche X beziehen. Die Produktionsfunktion der Unternehmen dieses Sektors weist zunächst steigende Skalenerträge, dann konstante und danach fallende Skalenerträge auf. (2) ist die Branchenproduktionsfunktion des Sektors Y. (3) definiert den Output des Sektors X.

a) Leiten Sie die Bedingungen für den effizienten Faktoreinsatz in der Volkswirtschaft und die effiziente Unternehmenszahl (-größe) des Sektors X ab, und interpretieren Sie diese.
b) Zeigen Sie, daß in einem *langfristigen* Konkurrenzgleichgewicht die Bedingung für die effiziente Unternehmenszahl (-größe) im Sektor X erfüllt ist.
c) Die Unternehmen des Sektors X werden mit einer Gewinnsteuer belegt. Zeigen Sie, daß die Erhebung einer solchen Steuer der Realisierung der Bedingung für die effiziente Unternehmenszahl im Sektor X nicht im Wege steht.
d) Die Unternehmen des Sektors X werden mit einer - ertragsunabhängigen - Pauschalsteuer $T = T_0$ belegt. Zeigen Sie, daß die Erhebung einer solchen Steuer die Realisierung der Bedingung für die effiziente Unternehmenszahl im Sektor X verhindert.

Musterlösung

a)
Die Optimierungsaufgabe lautet:

max: $k\,\tilde{X}$

udN.: $\tilde{X} = \tilde{X}(\tilde{A}_x, \tilde{K}_x)$

$Y(A_y, K_y) - \overline{Y} = 0$

$A_0 - k\,\tilde{A}_x - A_y = 0$

$K_0 - k\,\tilde{K}_x - K_y = 0$

Die zugehörige Lagrange-Funktion lautet:

$$L = k\,\tilde{X}(\tilde{A}_x, \tilde{K}_x) + \lambda\left[Y(A_y, K_y) - \overline{Y}\right]$$

3 Punkte

$$+\theta_a (A_0 - k\,\tilde{A}_x - A_y) + \theta_k (K_0 - k\,\tilde{K}_x - K_y)$$

Setzt man die ersten Ableitungen nach $k, \tilde{A}_x, \tilde{K}_x, A_y$ und K_y gleich null, so erhält man die folgenden notwendigen Bedingungen für ein Maximum:

(1) $$\frac{\partial L}{\partial k} = \tilde{X} - \theta_a\,\tilde{A}_x - \theta_k\,\tilde{K}_x = 0$$

(2) $$\frac{\partial L}{\partial \tilde{A}_x} = k\left(\frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{A}_x} - \theta_a\right) = 0$$

(1) $$\frac{\partial L}{\partial \tilde{K}_x} = k\left(\frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{K}_x} - \theta_k\right) = 0$$

(2) $$\frac{\partial L}{\partial A_y} = \lambda\frac{\partial Y}{\partial A_y} - \theta_a = 0$$ 2 Punkte

(3) $$\frac{\partial L}{\partial K_y} = \lambda\frac{\partial Y}{\partial K_y} - \theta_k = 0$$

Aus (2) - (ergibt 5) sich:

(I) $$-\frac{d\tilde{K}_x}{d\tilde{A}_x} = \frac{\dfrac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{A}_x}}{\dfrac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{K}_x}} = \frac{\dfrac{\partial Y}{\partial A_y}}{\dfrac{\partial Y}{\partial K_y}} = -\frac{dK_y}{dA_y}$$ 2 Punkte

Aus (1) - (3) erhält man:

$$\tilde{X} = \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{A}_x}\tilde{A}_x + \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{K}_x}\tilde{K}_x$$

bzw.

(II) $$1 = \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{A}_x}\frac{\tilde{A}_x}{\tilde{X}} + \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{K}_x}\frac{\tilde{K}_x}{\tilde{X}} = \varepsilon_{\tilde{X}/\tilde{A}_x} + \varepsilon_{\tilde{X}/\tilde{K}_x}$$ 2 Punkte

Interpretation:

– Nach Bedingung (I) sind die Produktionsfaktoren dann effizient auf die beiden Branchen verteilt, wenn die entsprechenden Grenzraten der Faktorsubstitution einander gleich sind. 2 Punkte

– Nach Bedingung (II) ist die effiziente Unternehmenszahl in der Branche X realisiert, wenn in allen - identischen - Unternehmen der Branche die Summe der Produktionselastizitäten und damit die Skalenelastizität gerade eins beträgt. 2 Punkte

b)

Die Unternehmen maximieren bei Wettbewerb, d.h. bei gegebenen Güter- und gegebenen Faktorpreisen, die folgende Gewinnfunktion

$$\tilde{G}_x = \bar{p}_x\,\tilde{X}(\tilde{A}_x, K_x) - \bar{p}_a\,\tilde{A}_x - \bar{p}_k\,\overline{K}_x$$ 7 Punkte

Setzt man die ersten Ableitungen nach $\tilde{A}_x$ und $\tilde{K}_x$ gleich null, so erhält man die folgenden notwendigen Bedingungen für das Gewinnmaximum:

(a) $$\frac{\partial \tilde{G}_x}{\partial \tilde{A}_x} = \bar{p}_x\frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{A}_x} - \bar{p}_a = 0$$

(b) $\frac{\partial \tilde{G}_x}{\partial \tilde{K}_x} = \overline{p}_x \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{K}_x} - \overline{p}_k = 0$

In einem *langfristigen* Konkurrenzgleichgewicht sind darüber hinaus alle Gewinne verschwunden, weshalb die *Nullgewinnbedingung*

(c) $\overline{p}_x \tilde{X} = \overline{p}_a \tilde{A}_x + \overline{p}_k \tilde{K}_x$

gilt.

Setzt man (a) und (b) in (c)ein, so erhält man:

$$\overline{p}_x \tilde{X} = \overline{p}_x \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{A}_x} \tilde{A}_x + \overline{p}_x \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{K}_x} \tilde{K}_x$$

bzw.

(II) $1 = \varepsilon_{\tilde{X}/\tilde{A}_x} + \varepsilon_{\tilde{X}/\tilde{K}_x}$

d.h. in einem langfristigen Konkurrenzgleichgewicht wird die effiziente Unternehmenszahl realisiert.

c)

Für die Gewinnsteuer gilt

$$\tilde{T} = t\, \tilde{G}_x^b$$

7 Punkte

wobei $\tilde{G}_x^b$ der Bruttogewinn ist.

Die Unternehmen streben danach, ihren Nettogewinn

$$\tilde{G}_x^n = (1-t)\, \tilde{G}_x^b = (1-t)\left[\overline{p}_x \tilde{X}(\tilde{A}_x, \tilde{K}_x) - \overline{p}_a \tilde{A}_x - \overline{p}_k \tilde{K}_x\right]$$

zu maximieren.

Im langfristigen Konkurrenzgleichgewicht sind alle Nettogewinne verschwunden. Wegen $1 > t > 0$ gilt dann auch

$$\tilde{G}_x^b = \overline{p}_x \tilde{X}(\tilde{A}_x, \tilde{K}_x) - \overline{p}_a \tilde{A}_x - \overline{p}_k \tilde{K}_x = 0$$

und hierfür wurde bereits in b) gezeigt, daß sich die effiziente Unternehmenszahl einstellt.

Kurz: Da die Steuerbemessungsgrundlage $\tilde{G}_x^b$ gleich null ist, ist das Aufkommen dieser Steuer ebenfalls gleich null, weshalb sie keinerlei Auswirkungen hat.

d)

Im langfristigen Konkurrenzgleichgewicht gilt bei Erhebung einer Pauschalsteuer:

$$\tilde{G}_x^n = \tilde{G}_x^b - T_0 = \overline{p}_x \tilde{X}(\tilde{A}_x, \tilde{K}_x) - \overline{p}_a \tilde{A}_x - \overline{p}_k \tilde{K}_x - T_0 = 0$$

7 Punkte

Die notwendigen Bedingungen erster Ordnung für ein Gewinnmaximum verlangen wiederum, daß die Wertgrenzprodukte den Faktorpreisen entsprechen:

(a) $\overline{p}_x \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{A}_x} = \overline{p}_a$

(b) $\overline{p}_x \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{K}_x} = \overline{p}_k$

Einsetzen führt zu:

$$\overline{p}_x \tilde{X} = \overline{p}_x \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{A}_x} \tilde{A}_x + \overline{p}_x \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{K}_x} + T_0$$

bzw.

$$1 = \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{A}_x} \frac{\tilde{A}_x}{\tilde{X}} + \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{K}_x} \frac{\tilde{K}_x}{\tilde{X}} + \frac{T_0}{\overline{p}_x \tilde{X}}$$

weshalb

$$1 < \varepsilon_{\tilde{X}/\tilde{A}_x} + \varepsilon_{\tilde{X}/\tilde{K}_x}$$

gilt, d.h. die Skalenelastizität ist kleiner als eins, weshalb in einer zu geringen Zahl von Unternehmen ein zu großer Output produziert wird.

Häufig gemachte Fehler:

zu a)

– Es wurde nicht der Branchenoutput $k\,\tilde{X}$ sondern vielmehr der Unternehmensoutput $\tilde{X}$ maximiert.

zu b) - c)

– Es wurde nicht beachtet, daß in einem langfristigen Konkurrenzgleichgewicht die Unternehmensgewinne gleich null sind.

– Es wurde oft die folgende Gewinnfunktion maximiert:

$$G_x = k\tilde{G}_x = k\,\overline{p}_x\,\tilde{X}(\tilde{A}_x, \tilde{K}_x) - k\,\overline{p}_a\,\tilde{A}_x - k\,\overline{p}_k\,\tilde{K}_x$$

Daraus erhält man u.a.

$$\frac{\partial G_x}{\partial k} = \overline{p}_x\,\tilde{X} - \overline{p}_a\,\tilde{A}_x - \overline{p}_k\,\tilde{K}_x = 0$$

und hiermit ließ sich hinsichtlich der Frage nach der Unternehmenszahl richtig weiterrechnen [analoge Herleitungen gelten für c) und d)]. Da aber niemand in einer konkurrenzmäßig organisierten Modellwirtschaft da ist, der k als Aktionsparameter einsetzen kann, ist dieser Ansatz natürlich ökonomisch nicht sinnvoll. Wurde er trotzdem angewandt, so wurden bei b) - d) jeweils zwei Punkte abgezogen.

– Viele Kommilitonen/innen waren nicht in der Lage, die Steuerfunktionen korrekt zu spezifizieren.

2. Aufgabe

Die Regierung eines Landes plant die Erhöhung der Transferzahlung *Z*, die ausschließlich der Bevölkerungsgruppe 1 zukommt. Diese Zahlungen werden in voller Höhe durch eine Steuererhöhung finanziert. Da in Gruppe 1 gerade der Teil der Bevölkerung angesiedelt ist, der zu arm ist, um Steuern zu zahlen, wird die Bevölkerungsgruppe 2 alleine zur Finanzierung herangezogen. Diese Gruppe 2 hat einen relativen Anteil von *g* am Sozialprodukt. Die Zentralbank hat bereits angekündigt, die Geldmenge nicht auszudehnen. Die Staatsausgaben *A* werden nicht verändert.
Bestimmen Sie im Rahmen des folgenden Modells die Auswirkungen der Erhöhung eines solchen Transfers auf das Sozialprodukt:

(1) $Y = C^1 \left[(1-g)\,Y + Z\right] + C^2 \left[(1-t)\,g\,Y\right] + I\,(i) + A$

(2) $M = L(Y, i)$

(3) $Z = tg\,Y$

Bezeichnen Sie bitte wie folgt:

$$C_Y^1 = \frac{d\,C^1\left[(1-g)\,Y+Z\right]}{d\left[(1-g)\,Y+Z\right]} \qquad C_Y^2 = \frac{d\,C^2\left[(1-t)\,g\,Y\right]}{d\left[(1-t)\,g\,Y\right]}$$

a) Berechnen Sie den Effekt einer Erhöhung des Transfers auf das Sozialprodukt.
b) Bestimmen Sie das Vorzeichen des berechneten Multiplikators. Welche Bedingung muß gelten, damit er positiv ist?
c) Wie entwickelt sich das verfügbare Einkommen der Gruppe 2?
d) Interpretieren Sie die unter a) berechnete Veränderung des Sozialprodukts ausführlich ökonomisch. Gehen Sie von $dY > 0$ aus.

Musterlösung

a)
Das Modell wird total differenziert:

$$dY = C_Y^1\,(1-g)\,dY + C_Y^1\,dZ + C_Y^2\,(1-t)\,g\,dY - C_Y^2\,g\,Ydt + I_i\,di$$

$$0 = L_Y\,dY + L_i\,di$$

$$dZ = tg\,dY + g\,Ydt$$

5 Punkte

In Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} 1 - C_Y^1\,(1-g) - C_Y^2\,(1-t)\,g & C_Y^2\,g\,Y & -I_i \\ L_y & 0 & L_i \\ t\,g & g\,Y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dY \\ dt \\ di \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_Y^1\,dZ \\ 0 \\ dZ \end{pmatrix}$$

Errechnen von *dY*:

$$dY = \frac{C_Y^1 - C_Y^2}{1 - C_Y^1\,(1-g) - C_Y^2\,g + \dfrac{I_i\,L_Y}{L_i}}\,dZ$$

Das Ergebnis kann auch mit anderen Methoden gefunden werden. 5 Punkte

b)
Der Zähler ist positiv für $C_Y^1 > C_Y^2$.

Der Nenner kann zu $1 - C_Y^1 + g\,(C_Y^1 - C_Y^2) + \frac{I_i\,L_y}{L_i}$ umgeformt werden. Es gilt

$1 - C_Y^1 > 0$, da die Konsumquote kleiner als 1 ist.

$\frac{I_i\,L_y}{L_i} > 0$ aufgrund der Annahmen über den Geldmarkt.

5 Punkte

Mit der obigen Annahme $C_Y^1 > C_Y^2$ ist auch der Nenner und somit dY positiv. Die marginale Konsumquote der Empfänger muß größer sein als die marginale Konsumquote der Steuerzahler.

Es gibt auch Konstellationen, bei denen $C_Y^1 < C_Y^2$ und $dY > 0$ gilt. Diese werden hier nicht betrachtet.

c)

Der Konsum der Gruppe 2 hängt von ihrem verfügbaren Einkommen ab. Für dieses gilt

$$g\,d\left[(1-t)\,Y\right] = g\left[dY - \frac{dZ}{g}\right] = g\,dY - dZ\,.$$

Einsetzen von dY:

$$g\,\frac{(C_Y^1 - C_Y^2)dZ}{1 - C_Y^1 + g\left(C_Y^1 - C_Y^2\right) + \frac{I_i L_Y}{L_i}} - dZ$$

$$= -\frac{1 - C_Y^1 + \frac{I_i\,L_y}{L_i}}{1 - C_Y^1 + g\,(C_Y^1 - C_Y^2) + \frac{I_i\,L_y}{L_i}}\,dZ < 0$$

5 Punkte

Da das verfügbare Einkommen dieser Gruppe sinkt, sinkt auch ihr Konsum.

Bei einer verbalen Argumentation, die als einzige Änderung die Steuersatzänderung berücksichtigt und daraus eine Senkung des verfügbaren Einkommens folgert, sind 2 Punkte zu vergeben.

c)

C_Y^1: Mit steigendem Transfer steigt das verfügbare Einkommen der Gruppe 1 und damit der Konsum. Durch den steigenden Konsum steigen Nachfrage und Produktion.

2 Punkte

$-\,C_Y^2$: Durch die steigende Steuerzahlung sinkt das verfügbare Einkommen der Gruppe 2 und deren Konsum. Damit sinken Nachfrage und Produktion.

2 Punkte

Insgesamt soll der expansive Effekt überwiegen, so daß es zu einer Steigerung des Sozialproduktes kommt. Diese Steigerung wird in den Runden gedämpft:

$1 - C_Y^1\,(1-g)$: Das erhöhte Einkommen führt zu höherem Konsum der Gruppe 1. Dies führt wiederum zu steigender Produktion und erhöhtem Einkommen. Dieser Prozeß setzt sich nicht unendlich fort, da ein Teil des Einkommens gespart wird.

2 Punkte

2 Punkte

$-C_Y^2\, g$: Durch das steigende Y steigt auch das Einkommen der Gruppe 2, die daraufhin mehr konsumiert. Auch hier setzt sich der Prozeß nicht unendlich fort, da ein Teil des Einkommens gespart wird.

$\frac{I_i\, L_Y}{L_i}$: Durch das gestiegene Einkommen entsteht ein höherer Bedarf an Transaktionskasse. Da die Zentralbank die Geldmenge nicht erhöht, müssen die Haushalte Wertpapiere verkaufen, um Geld in die Transaktionskasse zu bekommen. Das vermehrte Wertpapierangebot führt zu Kurssenkungen. Da der Kurs $1/i$ ist, steigt der Zinssatz. Ein steigender Zinssatz führt zu sinkenden Investitionen. Damit sinken Sozialprodukt und Produktion.

Eine Argumentation, die direkt (ohne Beachtung des Wertpapiermarktes) auf steigende Zinsen schließt, wurde mit 2 Punkten bewertet. 5 Punkte

3. Aufgabe

Ein neoklassisches Modell sei durch folgende Gleichungen charakterisiert:

$$Y(t) = F(K(t), N(t))$$

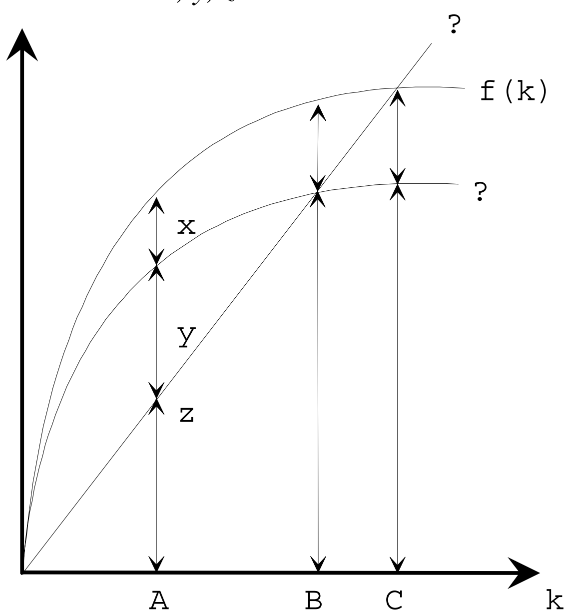
$$\hat{N}(t) = g \qquad , g > 0$$

$$\dot{K}(t) = I(t) = S(t) = s \cdot Y(t) \qquad , 0 < s < 1$$

mit
Y(t) : = Sozialprodukt
K(t) : = Kapitalstock
N(t) : = Erwerbsbevölkerung
g : = konstante Wachstumsrate der Erwerbsbevölkerung
S(t) : = Ersparnis
I(t) : = Investitionen
s : = konstante Sparquote
t : = Zeit

Die Produktionsfunktion habe die üblichen Eigenschaften.

a) Leiten Sie aus den Gleichungen die Fundamentalgleichung der neoklassischen Wachstumstheorie ab.
b) Vervollständigen Sie das folgende Diagramm und analysieren Sie die drei Situationen $k = A$, $k = B$, $k = C$ in Bezug auf Stabilität. Was messen die Strecken *x, y, z* ?



c) Nehmen Sie an, der Pro-Kopf-Konsum sei ein geeignetes Wohlfahrtsmaß. Geht es der Bevölkerung im Zeitablauf besser?
d) Analysieren Sie graphisch den Einfluß einer Senkung der Wachstumsrate der Erwerbsbevölkerung auf die Höhe des gleichgewichtigen Pro-Kopf-Konsums.
e) Wie beeinflußt die Höhe der Sparquote den gleichgewichtigen Pro-Kopf-Konsum? Leiten Sie - graphisch oder analytisch - die Bedingung für eine optimale Sparquote ab.

Musterlösung

a)
Aufgrund der Linearhomogenität erhält man als Pro-Kopf-Produktionsfunktion (die Abhängigkeit der Variablen von der Zeit t wird der Übersichtlichkeit halber weggelassen):

$$\frac{Y}{N} = \frac{F(K,N)}{N} = F\left(\frac{K}{N},1\right) =: f(k) \ ,$$

wobei $k := K / N$ die Kapitalintensität bezeichnet. Die Änderung der Kapitalintensität berechnet man nun als

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}\, N - \dot{N}\, K}{N^2} = \frac{\dot{K}}{N} - \hat{N}\, k = \frac{s\,Y}{N} - g\,k = s\,f(k) - g\,k \ .$$

Im Wachstumsungleichgewicht gilt $\dot{k} = 0$, also

(*) $\quad s\,f(k^*) = k^* g$.

8 Punkte

b)

$? = g\,k$ (Gerade)

$? = s\,f(k)$ (Kurve)

$x =$ Konsum pro Kopf

$y = \dot{k}$, Änderung der Kapitalintensität

$z =$ Höhe des Investitionsbetrages, der pro Kopf investiert werden müßte, um die Kapitalausstattung pro Kopf trotz Bevölkerungswachstum auf dem Niveau A zu halten.

Stabilität:

B: Die Investitionen reichen gerade aus, um die neu hinzugekommenen Arbeitskräfte mit dem bisherigen Kapital-pro-Kopf Standard auszurüsten. Die Kapitalintensität bleibt daher unverändert (Wachstumsgleichgewicht).

A: Pro Kopf wird mehr investiert, als zum Ausgleich des Arbeitswachstums benötigt wird. Diese zusätzlichen Investitionen erhöhen die Kapitalausstattung pro Kopf.

C: Genau umgekehrt. Die Kapitalintensität sinkt.

Das Wachstumsgleichgewicht in B ist stabil, denn im Zeitablauf gleicht sich die Kapitalintensität immer mehr dem Gleichgewichtswert an.

7 Punkte

c)
Pro-Kopf-Konsum:

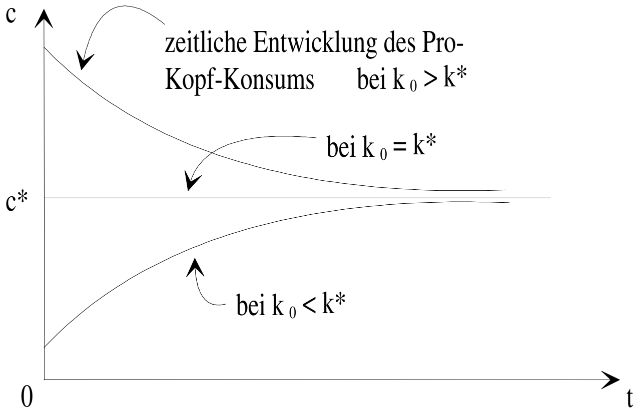
$$c := \frac{Y - I}{N} = \frac{Y - s\,Y}{N} = (1-s)\,\frac{Y}{N} = (1-s)\,f(k) \ .$$

Zeitliche Änderung des Pro-Kopf-Konsums:

$$\dot{c} = (1-s)\,f'(k)\,\dot{k} \ .$$

Für $\dot{k} > 0$ gilt daher $\dot{c} > 0$. Befindet sich die Wirtschaft in einer Situation, in der die Kapitalintensität kleiner ist als die gleichgewichtige Kapitalintensität (in der Abbildung aus der Aufgabenstellung links von B), so steigt die Kapitalintensität im Zeitablauf und damit auch der Konsum pro Kopf. Ist die Kapitalintensität in der Ausgangssituation hingegen höher als im Wachstumsgleichgewicht (in der Abbildung rechts von B), so sinkt im Zeitablauf die Kapitalintensität $(\dot{k} < 0)$ und daher auch der Pro-Kopf-Konsum $(\dot{c} < 0)$. Im Wachstumsgleichgewicht selbst $(\dot{k} = 0)$ ist der Pro-Kopf-Konsum im Zeitablauf konstant $(\dot{c} = 0)$.

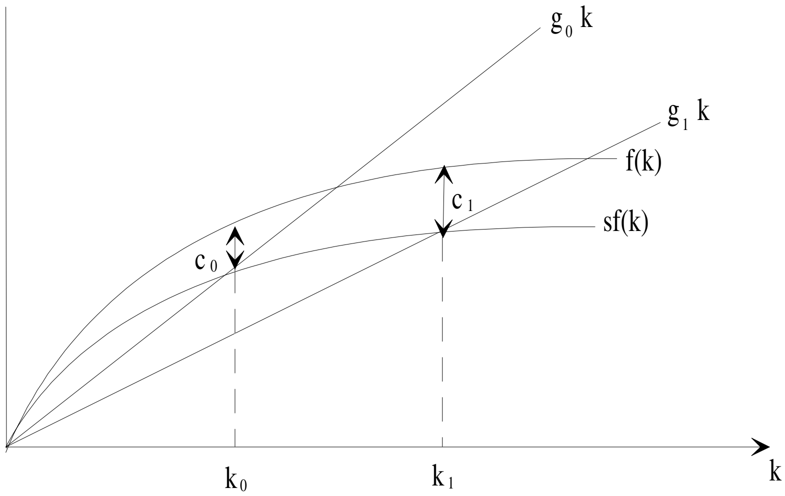
Graphisch dargestellt ergibt sich



worin k_0 die Kapitalintensität in der Ausgangssituation $t = 0$ bezeichnet, k^* die Kapitalintensität im Wachstumsgleichgewicht und c^* den Pro-Kopf-Konsum im Wachstumsgleichgewicht.

4 Punkte

d)



Sinkt die Wachstumsrate der Erwerbsbevölkerung von g_0 auf g_1, so dreht sich die Gerade nach unten. Dadurch steigt die Kapitalintensität im Wachstumsgleichgewicht von k_0 auf k_1 und der gleichgewichtige Pro-Kopf-Konsum steigt von c_0 auf c_1 .

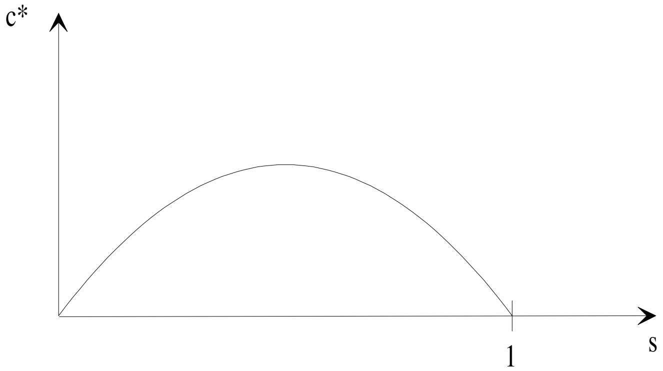
5 Punkte

e)

Der Zusammenhang von Sparquote s und Pro-Kopf-Konsum im Wachstumsgleichgewicht ist nicht so eindeutig, wie der im Aufgabenteil d) diskutierte Zusammenhang von g und c^* . Eine Erhöhung der Sparquote hat zwei Effekte, die einander entgegengerichtet sind:

- Bei gegebener Produktion sinkt der Konsum, da das, was gespart wird, nicht konsumiert werden kann.
- Andererseits fördert eine höhere Sparquote die Kapitalbildung und damit die Produktion pro Kopf, so daß insgesamt mehr für Sparen und Konsum zur Verfügung steht.

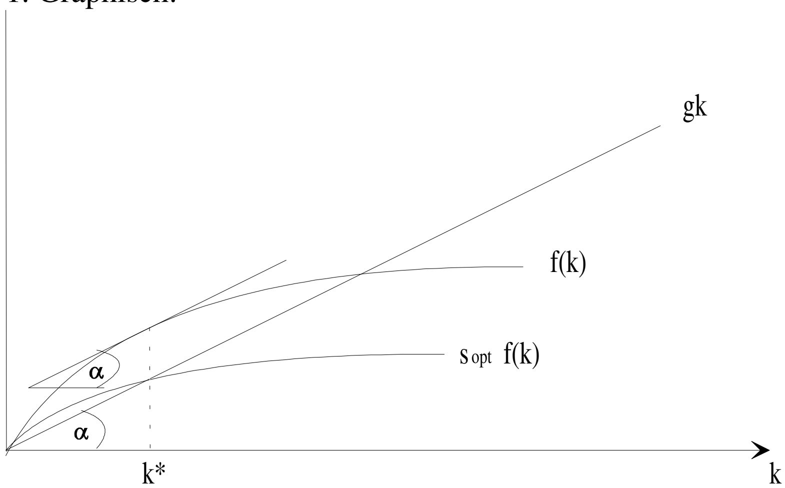
Bei einer kleinen Sparquote überwiegt der zweite Effekt, bei einer hohen Sparquote der erste. Man erhält somit den folgenden Zusammenhang:



4 Punkte

Herleitung der „golden rule" für eine optimale Sparquote:

1. Graphisch:



2. Analytisch:

   Existenz und Eindeutigkeit des Wachstumsgleichgewichts vorausgesetzt, definiert die Bedingung (∗)

   $$s\,f\,(k^*) = n\,k^*$$

   einen funktionalen Zusammenhang zwischen Sparquote und Kapitalintensität im Wachstumsgleichgewicht $k^*(s)$. Durch implizites Differenzieren dieser Bedingung erhält man

   $$\frac{dk^*}{ds} = \frac{f\,(k^*)}{g - s\,f'(k^*)} = \frac{f\,(k^*)\,k^*}{s\left[f\,(k^*) - k^*\,f'(k^*)\right]} > 0$$

   Die Ungleichung gilt, da in der eckigen Klammer gerade die Grenzproduktivität der Arbeit steht.

Einsetzen von (*) und $k^*(s)$ ergibt

$$c^*(s) = f(k^*(s)) - s\,f(k^*(s))$$
$$= f(k^*(s)) - g\,k^*(s) \ .$$

Die optimale Sparquote löst das Maximierungsproblem

$$\max_s \quad c^*(s)$$

Aus der Bedingung erster Ordnung für ein Maximum

$$\frac{dc^*}{ds} = f'(k^*)\frac{dk^*}{ds} - g\frac{dk^*}{ds} = 0$$

erhält man nach Division durch $\frac{dk^*}{ds} \neq 0$ die gesuchte Bedingung

$$f'(k^*) = g$$

5 Punkte

1. Aufgabe

Die Mengen zweier Güter, $x = 30$ und $y = 24$, sollen auf drei Individuen aufgeteilt werden. Zur Auswahl stehen vier alternative Güteraufteilungen, A, B, C und D.

	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
A	**0**	**15**	**15**	**0**	**12**	**12**
B	**10**	**10**	**10**	**8**	**8**	**8**
C	**18**	**6**	**6**	**15**	**5**	**4**
D	**12**	**8**	**4**	**12**	**8**	**4**

Die Präferenzen der Individuen werden durch folgende Nutzenfunktionen beschrieben:

$$U^1 = \frac{1}{2} \cdot x_1 \cdot y_1 \qquad U^2 = x_2 \cdot y_2 \qquad U^3 = 2 \cdot x_3 \cdot y_3$$

a) Wie ist allgemein ein Pareto-Optimum definiert? 3 Punkte

a) Geben Sie die Bedingungen an, die in dem beschriebenen Beispiel erfüllt sein müssen, wenn die Gütermengen Pareto-optimal aufgeteilt sind (für $x_i > 0, y_i > 0$, i = 1,2,3). 6 Punkte

a) Prüfen Sie, welche Aussagen sich mit Hilfe des Pareto-Kriteriums über die Rangordnung der Alternativen treffen lassen. 4 Punkte

a) Erläutern Sie, welche der angegebenen Güteraufteilungen Pareto-optimal, und welche nicht Pareto-optimal sind. 8 Punkte

a) Erläutern Sie, wie der Übergang von C nach B zu beurteilen ist, wenn man das Kaldor-Hicks-Kriterium zugrundelegt. 6 Punkte

b) Welche Aufteilung würde ein sozialer Planer wählen, der

- eine utilitaristische Wohlfahrtsfunktion
- eine Rawlsche Wohlfahrtsfunktion

maximiert? Erläutern Sie Ihre Antwort. 4 Punkte

g) Welche Aufteilung würde gewählt, wenn nach dem Mehrheitswahlprinzip paarweise über die Alternativen abgestimmt würde? 3 Punkte

2. Aufgabe

Gegeben ist das folgende Modell einer offenen Volkswirtschaft mit flexiblem Wechselkurs:

(1) $Y = C\left[(1-\bar{t})Y\right] + I(i) + A + Ex(w(1-s)) - \mathrm{Im}(Y,w)$

(2) $\overline{M} = L(Y,i)$

(3) $(1-s)\,Ex(w(1-s)) - \mathrm{Im}(Y,w) = K(i)$

(4) $\overline{D} + \bar{t}\,Y - s\,Ex(w(1-s)) = A$

$s\,(0 \le s < 1)$ ist die Exportsubvention, die der Staat den heimischen Unternehmen für jede exportierte Einheit des heimischen Gutes bezahlt. Die Firmen geben diese Subvention an die ausländischen Nachfrager weiter, die somit nur einen Preis $1-s$ bezahlen müssen. Die Preisniveaus im Inland und im Ausland sind auf 1 normiert worden. Der Staat verändert weder Steuersatz $\bar{t}$ noch Defizit $\overline{D}$. Er kann von den Steuereinnahmen Güter kaufen *(A)* oder Subventionen bezahlen. [Es sei angenommen, daß die Steuereinnahmen so groß sind, daß ein positives *A* garantiert ist.] Auf dem Devisenmarkt führen nur die tatsächlichen Ausgaben der Ausländer für das heimische Gut zu Devisenangebot.

a) Zeigen Sie, daß *K(i)* die Nettokapitalexporte sind. 5 Punkte

b) Die Regierung möchte die heimische Wirtschaft fördern. Sie erhöht zu diesem Zweck marginal den Subventionssatz *s*. Wie wirkt sich diese Politik aus? Prüfen Sie, ob sich *Y* ändert. Zur Vereinfachung können Sie Gleichung (4) in Gleichung (1) einsetzen. 10 Punkte

c) Interpretieren Sie das gefundene Ergebnis ausführlich ökonomisch. Beachten Sie auch die Veränderung der Staatsausgaben. Berechnen Sie dazu die Veränderung des Wechselkurses. 18 Punkte

Musterlösung

a) Die Zentralbank darf bei flexiblen Wechselkursen nicht auf dem Devisenmarkt eingreifen. Der Wechselkurs wird sich daher so einstellen, daß

Devisenangebot und –nachfrage im Gleichgewicht gleich groß sind. Devisenangebot entsteht bei Güterexporten oder bei Kapitalimporten; Devisennachfrage bei Güterimporten oder Kapitalexporten. Es gilt also:

$$(1-s)Ex(w(1-s)) + Kim = \mathrm{Im}(y,w) + Kex$$

Dabei sind $K\,\mathrm{Im}$ die Kapitalimporte und KEx die Kapitalexporte. Umstellen ergibt

$$K(i) := Kex - Kim = (1-s)Ex\big(w(1-s)\big) - \mathrm{Im}(Y,w)$$

5 Punkte

$K(i)$ bezeichnet also die Nettokapitalexporte.

b) Einsetzen von (4) und (3) in (1) liefert ein Gleichungssystem von 2 Gleichungen, das nicht mehr von s abhängig ist. Es gilt also

$$\frac{dY}{ds} = 0.$$

10 Punkte

c) **In die Aufgabenstellung hat sich leider ein Fehler eingeschlichen. So wie s definiert ist, behindert es den Export. Ein steigendes s kommt einer Aufwertung gleich ($w(1-s)$ sinkt). Daher kommt es an dieser Stelle zu einer Differenz zwischen dem zu errechnenden Ergebnis für die Änderung des Wechselkurses und der Interpretation. Dieses Problem ist bei der Bewertung so gelöst worden, daß Widersprüche in den Lösungen ignoriert und Punkte großzügig verteilt wurden.**

Die gefragte Veränderung des Wechselkurses kann man unter Beachtung von $dY = 0$ und $di = 0$ (dies folgt aus Gleichung (2)) aus Gleichung (1) oder (3) berechnen. Es ergibt sich:

$$\frac{dw}{ds} = \frac{Ex\big(w(1-s)\big) + (1-s)wEx_{(1-s)w}}{(1-s)^2 Ex_{(1-s)w} - \mathrm{Im}_w} > 0$$

5 Punkte

Da sich weder das verfügbare Einkommen der Haushalte noch die Investitionen ändern, müssen sich auch die Änderungen von Staatsausgaben und Außenhandelsbilanz ausgleichen. Durch die erhöhten Subventionen müssen die Staatsausgaben bei gegebenem Steuersätzen und konstantem Defizit fallen.

Durch die sinkenden Exporte und die steigenden Importe kommt es auf dem Devisenmarkt zu einer Übernachfrage nach Devisen mit der Folge, daß der

13 Punkte

Wechselkurs steigt. Diese Änderung führt so weit, daß der Rückgang der Staatsausgaben ausgeglichen wird.

Hatte man eher das Modell der Aufgabenstellung - jeweils mit einem Komma zwischen *w* und *(1-s)* - dann lautet die Interpretation:

Auf der anderen Seite führen die verstärkten Exporte zu einem Überangebot nach Devisen; der Wechselkurs fällt, und der Handelsbilanzsaldo verringert sich. Letztendlich bleibt der Nettokapitalexport wegen des konstanten Zinssatzes unverändert. Durch die Aufwertung und die fallenden Staatsausgaben wird der anfängliche positive Effekt der verstärkten Exporte jedoch genau wieder aufgehoben.

3. Aufgabe

Zwei Länder, A und B, produzieren mit Hilfe des Produktionsfaktors Arbeit zwei Güter. Zur Herstellung einer Produkteinheit werden in den Ländern folgende Arbeitseinsätze benötigt:

	Gut 1	Gut 2
Land A	5	2
Land B	2	4

Jedem Land stehen 500 Arbeitseinheiten zur Verfügung, d.h. $L_A = L_B = 500$.

Die Präferenzen sind in beiden Ländern identisch und werden durch die gesellschaftliche Nutzenfunktion

$$U = C_1^j \, C_2^j \quad , \quad j = A,B$$

beschrieben, wobei C_1^j und C_2^j die Verbrauchsmengen der Güter in Land *j* bezeichnen.

a) Ermitteln Sie für jedes Land die Produktionsmöglichkeitengrenze $X_2 = f(X_1)$, und stellen Sie sie graphisch dar. 6 Punkte

b) In jedem Land herrsche vollkommener Wettbewerb auf allen Märkten. Geben Sie an, welche Werte bei Autarkie

- das Produktpreisverhältnis $p \equiv p_1/p_2$

- die Produktionsmengen X_1^j und X_2^j , j = A,B
- das (in Einheiten von Gut 2 gemessene) Realeinkommen
- das Nutzenniveau

in jedem Land annehmen wird. 8 Punkte

c) Es sei $\Pi \equiv p_1^* / p_2^*$ das Weltmarktpreisverhältnis. Bei vollständiger Spezialisierung jedes Landes wird das Gleichgewicht bei Freihandel durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$\Pi\, C_1^A = \overline{X}_2^A - C_2^A \qquad (1)$$

$$C_1^A + C_1^B = \overline{X}_1^B \qquad (2)$$

$$C_2^A + C_2^B = \overline{X}_2^A \qquad (3)$$

$$\frac{\partial U / \partial C_1^A}{\partial U / \partial C_2^A} = \Pi \qquad (4)$$

$$\frac{\partial U / \partial C_1^B}{\partial U / \partial C_2^B} = \Pi \qquad (5)$$

wobei $\overline{X}_1^B$ die Produktionsmenge des Gutes 1 in Land B und $\overline{X}_2^A$ die Produktionsmenge des Gutes 2 in Land A bezeichnet.

1) Erläutern Sie kurz die Gleichungen (1), (4) und (5). Zeigen Sie, daß im Gleichgewicht die Bedingung $C_2^B = \Pi\,(\overline{X}_1^B - C_1^B)$ gleichfalls erfüllt ist. 7 Punkte

2) Ermitteln Sie,

- den Wert des Weltmarktpreisverhältnisses
- die Verbrauchsmengen der Güter in jedem Land
- die Exporte und Importe
- die Handelsgewinne (Nutzenänderungen). 12 Punkte

Musterlösung

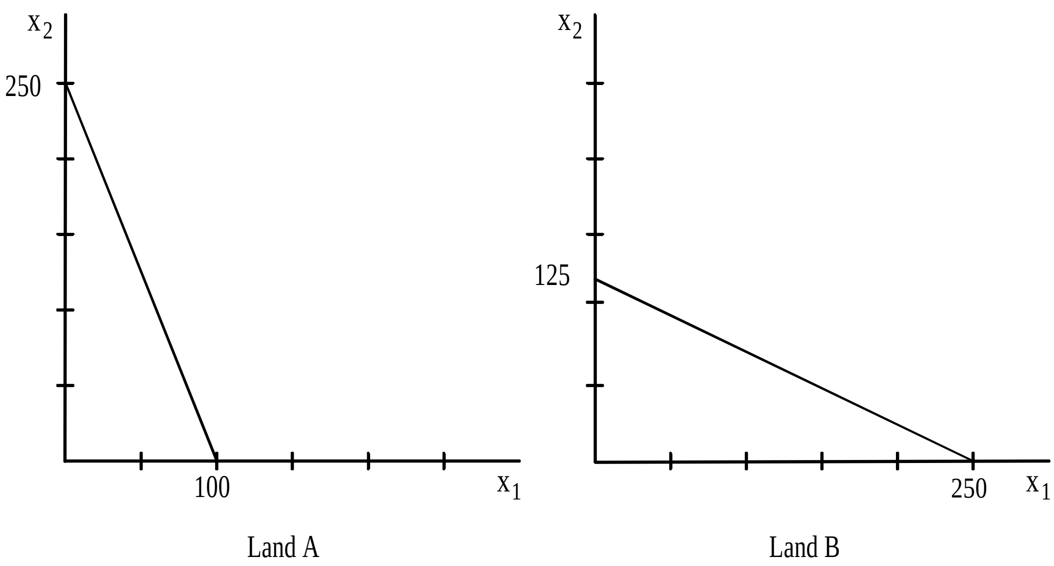
a)

Land A: $5\ X_1 + 2\ X_2 = 500$

$$\Rightarrow \quad X_2 = 250 - \frac{5}{2} X_1$$

Land B: $2\ X_1 + 4\ X_2 = 500$

$$\Rightarrow \quad X_2 = 125 - \frac{1}{2} X_1$$



b)

Bei Autarkie wird das Gleichgewicht durch den Tangentialpunkt einer gesellschaftlichen Indifferenzlinie mit der (linearen) Transformationskurve bestimmt. Das Güterpreisverhältnis ist gleich dem Absolutwert der Steigung der Transformationskurve. Die Verbrauchsmenge eines Gutes in einem Land ist gleich der Produktionsmenge dieses Gutes.

Land A:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\partial U / \partial C_1^A}{\partial U / \partial C_2^A} = \frac{C_2^A}{C_1^A} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)_A = \frac{5}{2}$$

Zusammen mit $C_1^A = X_1^A$ und $C_2^A = X_2^A$ folgt:

$$2\,X_2^A = 5\,X_1^A \Rightarrow X_1^A = \frac{2}{5}\,X_2^A$$

Einsetzen in die Gleichung der Transformationskurve für Land A ergibt:

$$X_2^A = 250 - \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5}\,X_2^A \qquad \Rightarrow \qquad X_2^A = 125$$

Durch Einsetzen dieses Wertes in $X_1^A = (2/5)\,X_2^A$ erhält man

$$X_1^A = 50$$

Das Realeinkommen in Einheiten des Gutes 2 beträgt

$$\frac{5}{2} \cdot 50 + 125 = 250$$

(Es ist gleich dem Wert für X_2 im oberen Eckpunkt der Transformationskurve.)

Das Nutzenniveau in Land *A* beträgt

$$U^A = 50 \cdot 125 = 6250$$

Analog erhalten wir für **Land B**:

$$\frac{\partial U / \partial C_1^B}{\partial U / \partial C_2^B} = \frac{C_2^B}{C_1^B} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)_B = \frac{1}{2}$$

Wegen $C_i^B = X_i^B$, $i = 1{,}2$, folgt:

$$2\,X_2^B = X_1^B$$

und mit $X_2^B = 125 - (1/2)\,X_1^B$:

$$X_2^B = 125/2 \quad , \quad X_1^B = 125$$

Das Realeinkommen des Landes *B* in Einheiten des Gutes 2 beträgt

$$\frac{1}{2} \cdot 125 + \frac{1}{2} \cdot 125 = 125$$

Das Nutzenniveau beträgt:

$$U^B = \frac{125 \cdot 125}{2} = \frac{15625}{2} = 7812{,}5$$

c)

Gleichung (1) besagt: In Land A ist der Wert des Konsums von Gut 1, in Einheiten des Gutes 2, gleich der Differenz zwischen der Produktionsmenge und der Verbrauchsmenge des Gutes 2.

Die Gleichung läßt sich sehr einfach interpretieren, wenn man sie

$$p_1^* \, C_1^A = p_2^* \left(\overline{X}_2^A - C_2^A \right)$$

schreibt und folgendes berücksichtigt: Bei Freihandel spezialisiert sich Land *A* vollständig auf die Herstellung des Gutes 2, da es einen komparativen Kostenvorteil bei der Produktion dieses Gutes besitzt. Das heißt, C_1^A ist gleich der aus Land *B* importierten Menge des Gutes 1, und $\overline{X}_2^A - C_2^A$ ist die Menge des Gutes 2, die Land *A* nach Land *B* exportiert. Im Gleichgewicht muß der Wert der Importe gleich dem Wert der Exporte sein (ausgeglichene Handelsbilanz).

Die Gleichungen (4) und (5) besagen: Im Handelsgleichgewicht ist in jedem Land die Grenzrate der Substitution im Konsum gleich dem Weltmarktpreisverhältnis. Dies spiegelt die Tatsache wieder, daß im Handelsgleichgewicht der gesellschaftliche Nutzen eines Landes bei gegebenen Konsummöglichkeiten maximiert wird.

Herleitung von $C_2^B = \Pi \left(\overline{X}_1^B - C_1^B \right)$:

Aus (1) und (2) folgt:

$$\Pi \left(\overline{X}_1^B - C_1^B \right) = \overline{X}_2^A - C_2^A$$

und wegen (3):

$$\Pi \left(\overline{X}_1^B - C_1^B \right) = C_2^B$$

d)

$$\frac{C_2^A}{C_1^A} = \Pi \quad \Rightarrow \quad C_2^A = \Pi\, C_1^A$$

Einsetzen in (1) ergibt bei Beachtung von $\overline{X}_2^A = 250$:

$$C_2^A = 250 - C_2^A \quad \Rightarrow \quad C_2^A = 125$$

Einsetzen in (3) ergibt:

$$C_2^B = 250 - 125 = 125$$

Aus (4) und (5):

$$\frac{125}{C_1^A} = \frac{125}{C_1^B} = \Pi$$

Daher $C_1^A = C_1^B$ und wegen (2):

$$C_1^A = C_1^B = 250/2 = 125$$

so daß $\Pi = 1$.

Export des Landes $A = \overline{X}_2^A - C_2^A = 125 = C_2^B =$ Import des Landes *B*.

Export des Landes $B = \overline{X}_1^B - C_1^B = 125 = C_1^A =$ Import des Landes A.

Handelsgewinne (Nutzenänderungen):

$$\Delta U^A = 125 \cdot 125 - 50 \cdot 125 = 75 \cdot 125 = 9375$$

$$\Delta U^B = 125 \cdot 125 - \frac{125 \cdot 125}{2} = \frac{125 \cdot 125}{2} = 7812{,}5$$

1. Aufgabe

Die Mengen zweier Güter, $x = 24$ und $y = 21$, sollen auf drei Individuen, $i=1,2,3$, aufgeteilt werden. Deren Nutzen wird durch folgende Nutzenfunktionen bestimmt:

$$U^1 = \frac{1}{2} x_1 \, y_1 \quad , \quad U^2 = x_2 \, y_2 \quad , \quad U^3 = \frac{1}{2} x_3 \, y_3 \quad .$$

Betrachten Sie die folgenden vier Aufteilungen *A*, *B*, *C* und *D*:

	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
A	9	8	7	6	7	8
B	8	9	7	7	6	8
C	8	7	9	7	8	6
D	10	5	6	10	5	6

a) Nehmen Sie an, es stehen **nur** die angegebenen Aufteilungen *A, B, C* und *D* zur Auswahl, d.h. andere Aufteilungen seien **nicht** zulässig.

a1) Welche dieser Aufteilungen sind Pareto-optimal? Begründen Sie Ihre Antwort!

a2) Welche der angegebenen Aufteilungen würde ein sozialer Planer wählen, der

- eine utilitaristische Wohlfahrtsfunktion
- eine Rawlssche Wohlfahrtsfunktion
- die Wohlfahrtsfunktion $max\left\{U^1, U^2, U^3\right\}$ maximiert?

Erläutern Sie Ihre Antworten!

b) Nehmen Sie an, es seien **beliebige** Aufteilungen mit $x_i \geq 0 \quad , \quad y_i \geq 0 \quad ,$ $i=1,2,3$, zulässig.

b1) Leiten Sie die Bedingungen ab, die im Fall der angegebenen Nutzenfunktionen erfüllt sein müssen, wenn gegebene Mengen der Güter Pareto-optimal aufgeteilt sind und wenn gilt: $x_i > 0 \quad , \quad y_i > 0 \quad , \quad i=1,2,3.$

b2) Prüfen Sie, welche der angegebenen Aufteilungen *A, B, C* und *D* Pareto-optimal sind. Erläutern Sie Ihre Ergebnisse!

b3) Erläutern Sie, wie der Übergang von Alternative D nach Alternative C zu beurteilen ist, wenn man das Kaldor-Hicks-Kriterium zugrunde legt.

2. Aufgabe

Betrachten Sie das folgende Modell. Es gelten die nachstehenden Gleichgewichtsbedingungen:

(1) $Y = C\left[(1-t)Y\right] + I(i) + A + T(Y,w)$

(2) $M = kY + L^s(i)$

(3) $D = tY - A$

(4) $K(i) = T(Y,w)$

Es handelt sich hierbei um eine kleine, offene Volkswirtschaft mit flexiblem Wechselkurs. *A* bezeichne die Staatsausgaben. *t* ist ein Steuerparameter, *k* ist eine Konstante mit $0 < k < 1$.

a) In Gleichung (2) wird das Gleichgewicht auf dem Geldmarkt beschrieben. Erläutern Sie die einzelnen Komponenten der Geldnachfrage, wie sie in der keynesianischen Theorie unterstellt werden. Welche Rolle spielt der Zinssatz?

b) Der Staat erhöhe den Steuersatz und verausgabe die zusätzlichen Steuereinnahmen in voller Höhe. Die Zentralbank halte die Geldmenge konstant.
Prüfen Sie, wie sich diese Maßnahme auf das Sozialprodukt auswirkt. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

c) Der Saldo der Devisenbilanz wird wie folgt definiert:

$$Z = (Ex \cdot \overline{p} - \mathrm{Im} \cdot \overline{p}_a \cdot w) - K(i) \ .$$

Welchen Wert nimmt *Z* in der oben beschriebenen Volkswirtschaft an? In b) hat sich aufgrund der staatlichen Maßnahme der Zinssatz geändert und infolgedessen auch die Höhe der Kapitalimporte. Welche Rolle spielt die Zinselastizität der Kapitalimporte für die Wirksamkeit der Fiskalpolitik?

3. Aufgabe

Die folgenden Gleichungen beschreiben ein neoklassisches Wachstumsmodell:

(1) $Y(t) = T(t)^{\gamma}\, N(t)^{\gamma}\, K(t)^{1-\gamma} \quad , \quad 0 < \gamma < 1$

(2) $\hat{N}(t) = n > 0$

(3) $\hat{T}(t) = p > 0$

(4) $I(t) = s\,Y(t) \quad , \quad 0 < s < 1$

(5) $D(t) = \theta\, K(t) \quad , \quad \theta > 0$

mit Y Sozialprodukt
T Technischer Fortschritt
N Arbeit
K Kapitalstock
I Bruttoinvestitionen
D Abschreibungen
t Zeit

a) Zeigen Sie, daß die Produktionsfunktion konstante Skalenerträge in bezug auf die beiden Faktoren Arbeit und Kapital aufweist.
Zeigen Sie ferner, daß die Grenzproduktivität des Kapitals positiv und abnehmend ist.

b) Berechnen Sie die Höhe der Kapitalintensität in Effizienzeinheiten im Wachstumsgleichgewicht.

c) Vergleichen Sie Kaldors „stylized facts“ mit den Eigenschaften des Wachstumsgleichgewichts im obigen Modell in bezug auf
   - Bruttosozialprodukt
   - Arbeitsproduktivität
   - Kapitalintensität
   - Kapitalkoeffizient

d) Analysieren Sie, wie sich im Modell die Wachstumsrate des Bruttosozialprodukts in einer Wirtschaft entwickelt, deren Kapitalintensität in Effizienzeinheiten in der Ausgangssituation kleiner ist als im Wachstumsgleichgewicht.

1. Aufgabe

Betrachten Sie eine Ökonomie mit zwei Konsumenten und zwei Gütern, x und y. Der Nutzen jedes Konsumenten hängt davon ab, wieviel der jeweils andere Konsument vom Gut y verbraucht: der Konsum des anderen beeinträchtigt sein Wohlbefinden. Die Präferenzen werden durch folgende Nutzenfunktionen beschrieben:

$$U_1 = U^1(x_1, y_1, y_2)$$

$$U_2 = U^2(x_2, y_2, y_1)$$

mit $\partial U^i / \partial x_i > 0$, $\partial U^i / \partial y_i > 0$ und $\partial U^i / \partial y_j < 0$, $i \neq j$.

Von den Gütern stehen gegebene Mengen $\bar{x}$ und $\bar{y}$ zur Verfügung.

a) Leiten Sie für die beschriebene Ökonomie die notwendigen Bedingungen für eine Pareto-optimale Güteraufteilung ab (für $x_i, y_i > 0$) .

b) Stellen Sie eine effiziente Güteraufteilung anhand von Indifferenzkurven in einer Edgeworth-Box dar.

Beachten Sie, daß eine Indifferenzkurve des Konsumenten i durch

$$U^i(x_i, y_i, \bar{y} - y_i) = \overline{U}_i \ , \qquad \text{i = 1,2}$$

definiert wird. Bestimmen Sie die Steigung der Indifferenzkurven.

Interpretieren Sie die Tangentialbedingung ökonomisch.

c) Zeigen Sie, daß in einem Konkurrenzgleichgewicht eine effiziente Güteraufteilung im Prinzip realisierbar ist, wenn die Konsumenten mit den „richtigen" Preisen p_x, p_y^1 und p_y^2 konfrontiert werden. Der Verbraucherpreis des Gutes y für Konsument i sei gegeben durch $p_y^i = b + \tau_i$, wobei b ein für beide Konsumenten einheitlicher Basispreis und τ_i eine individuelle Mengensteuer bezeichnet.

In welcher Höhe müssen die Steuern τ_i festgesetzt werden?

2. Aufgabe

Gegeben ist das folgende Modell:

(1) $Y = C(Y + B_0 - T, V) + I(i) + A$

(2) $M = kY + L(i)$

(3) $V = M + \frac{B}{i}$

(4) $A + B_0 - T = D$

a) Wie in Gleichung (1) beschrieben, hängt C unter anderem vom Vermögen, V, ab. Warum ist es sinnvoll, V als zusätzliches Argument neben dem Periodeneinkommen Y aufzunehmen? Erläutern Sie dazu, wie sich V zusammensetzt.

b) Im Ausgangszustand ist das Budget des Staates ausgeglichen $(D = 0)$. Die Regierung plant nun eine Erhöhung der Staatsausgaben bei konstanten Steuern. Sie nimmt damit ein Budgetdefizit in Kauf. Die zusätzlichen Staatsausgaben sollen alternativ wie folgt finanziert werden:

1. durch den Verkauf neuer Staatspapiere, $dA = dB/i$, wobei die Geldmenge durch die Zentralbank konstant gehalten wird, $dM = 0$.

2. durch eine Erhöhung der Geldmenge $dA = dM$, $dB/i = 0$.

Berechnen Sie jeweils den Multiplikator dY/dA, zum einen unter Berücksichtigung von $dA = dB/i$ und zum anderen unter Berücksichtigung von $dA = dM$. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse. Welche Finanzierungsart ist ratsam?

(**Hinweis:** Gehen Sie bei der verbalen Interpretation des Multiplikators im zweiten Fall ($dA = dM$) von einer Zinssenkung aus!)

c) Stellen Sie Ihre Ergebnisse aus b) graphisch in einem IS - LM Diagramm dar. Erläutern Sie den Verlauf und die Verschiebung der Kurven.

3. Aufgabe

a) Wachstumstheorie:

Ein neoklassisches Wachstumsmodell sei durch folgende Modellgleichungen charakterisiert:

(1) $Y(t) = H(a(t)N, K(t))$

(2) $\hat{a}(t) = p, \; p > 0$

(3) $I(t) = sY(t), \; 0 < s < 1$

mit Y Sozialprodukt
H Produktionsfunktion mit den üblichen Eigenschaften
a technischer Fortschritt
N Arbeit
K Kapitalstock
p Wachstumsrate des technischen Fortschritts
I Investitionen
t Zeit .

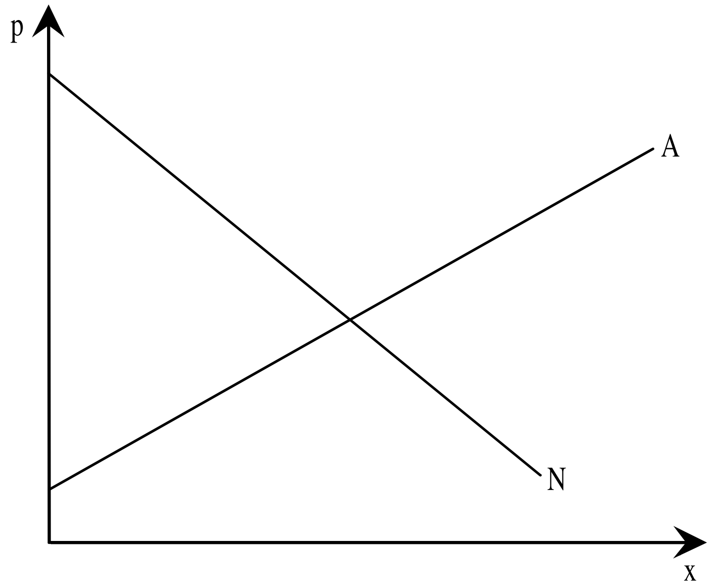
Der Faktor Arbeit bleibt im Zeitablauf konstant.

- Leiten Sie die Bedingung für ein Wachstumsgleichgewicht ab, illustrieren Sie sie anhand einer Graphik und geben Sie eine ökonomische Interpretation dieser Bedingung.

b) Außenhandelstheorie:

Wir betrachten ein kleines Land, das das Gut x importiert. Die Regierung dieses Landes beschließt, einen Mengenzoll auf die Importe des Gutes zu erheben.

- Analysieren Sie graphisch anhand der untenstehenden Abbildung die Auswirkungen dieser Maßnahme. Beschreiben Sie dabei die verschiedenen Effekte, die sich durch die Einführung des Zolls ergeben.
- Wie verändert sich die Wohlfahrt des Landes durch die Einführung des Zolls?
- Wie hoch ist der optimale Zollsatz?



(*p* = Preis, *x* = Menge, A = inländisches Angebot, *N* = inländische Nachfrage)

1. Aufgabe

In der betrachteten Ökonomie gibt es zwei Produktionszweige, in denen mit Hilfe eines Produktionsfaktors (Arbeit A) die Güter X und Y produziert werden. Die Produktionsfunktionen lauten:

$$X = f(A_x) \quad , \quad f' > 0 \quad , \quad f'' < 0$$

$$Y = g(A_y) \quad , \quad g' > 0 \quad , \quad g'' < 0$$

Die Gesamtmenge des Produktionsfaktors ist fest vorgegeben.

Durch die Produktion des Gutes X entstehen Schadstoffe, welche die beiden Konsumenten in ihrem Wohlergehen beeinträchtigen. Die Präferenzen der Konsumenten werden durch folgende Nutzenfunktionen beschrieben:

$$U_i = U^i(x_i, y_i, X) \quad , \qquad i = 1,2$$

mit $\partial U^i / \partial x_i > 0$, $\partial U^i / \partial y_i > 0$ und $\partial U^i / \partial X < 0$, wobei x_i und y_i die Verbrauchsmengen des i-ten Konsumenten bezeichnen.

a)

- Leiten Sie für die beschriebene Ökonomie die notwendigen Bedingungen für ein Pareto-Optimum ab.

- Zeigen Sie, daß die Grenzrate der Transformation angegeben wird durch

$$-\frac{dY}{dX} = \frac{g'(A_y)}{f'(A_x)}$$

- Interpretieren Sie die sich ergebende Bedingung für globale Pareto-Effizienz ökonomisch. Zeigen Sie dabei, daß die durch

$$\frac{\partial U^i / \partial x_i}{\partial U^i / \partial y_i}$$

  gemessene „private“ Grenzrate der Substitution ungleich (größer oder kleiner?) der Grenzrate der Transformation ist.

  Stellen Sie Ihr Ergebnis in einem geeigneten Diagramm dar.

b)

Auf den Verbrauch des Gutes X werde eine Mengensteuer mit dem Satz t Geldeinheiten je konsumierter Einheit von X erhoben.

Zeigen Sie, in welcher Höhe der Steuersatz *t* festgelegt werden müßte, wenn ein Pareto-Optimum realisiert werden soll.

Gehen Sie dabei von folgenden Annahmen aus: Es gibt zwei voneinander unabhängig handelnde Unternehmen. Eines produziert Gut *X*, das andere produziert Gut *Y*. Jedes Unternehmen strebt nach maximalem Gewinn und sieht die Preise des jeweiligen Gutes und des Faktors als Datum an. Die Konsumenten maximieren ihren Nutzen und betrachten die Güterpeise und die Produktionsmenge von *X* als gegebene Größen.

2. Aufgabe

a) Erläutern Sie kurz, weshalb Wirtschaftssubjekte Geld halten (‘Mikrofundierung der Geldhaltung’).

b) Im folgenden wird eine geschlossene Volkswirtschaft mit flexiblem Preisniveau betrachtet. Untersucht werden soll die Wirksamkeit einer Staatsausgabenerhöhung. Gegeben ist das folgende Modell:

(1) $Y = C\left[(1-t)Y\right] + I(i) + A$

(2) $M = L(Y,i) \cdot P$

(3) $P = P(Y)\ , \quad P' > 0$

$P = P(Y)$ beschreibt eine vereinfachte und kurzfristige gesamtwirtschaftliche Angebotsfunktion.

Berechnen Sie, wie sich eine Erhöhung der Staatsausgaben auf das Sozialprodukt auswirkt. Die Zentralbank hält das Geldangebot konstant. Der Steuerparameter *t* bleibt ebenfalls unverändert.
Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

c) Stellen Sie Ihr Ergebnis aus b) grafisch in einem IS-LM-Diagramm dar. Erläutern Sie den Verlauf und die Verschiebung der Kurven.

d) Wie ändert sich das Budgetdefizit?

e) Begründen Sie den angenommenen positiven Zusammenhang zwischen Preisniveau und Sozialprodukt.

3. Aufgabe

Verteilungstheorie: Leiten Sie die Kaldor-Formel für die Lohnquote her. Gehen Sie dabei auf die wesentlichen Annahmen des Kaldor-Modells ein.

Außenhandel: In zwei Ländern A und B werden mit Hilfe des Produktionsfaktors Arbeit zwei Güter X und Y produziert. Zur Herstellung der Güter werden die folgenden Arbeitseinsätze benötigt:

benötigte Arbeitseinheiten zur Produktion von einer Einheit des Gutes	Land A	Land B
X	4	2
Y	8	1

Land A stehen 800, Land B 300 Arbeitseinheiten zur Verfügung.

a) Stellen Sie für jedes Land die Produktionsmöglichkeitengrenze graphisch dar.

b) In den Ländern herrsche vollkommener Wettbewerb auf allen Märkten. Geben Sie für jedes Land an, welches Produktpreisverhältnis sich bei Autarkie einstellen wird.

c) Welches Land besitzt bei welchem Gut absolute oder komparative Kostenvorteile?

d) Angenommen, die Länder nehmen Handelsbeziehungen miteinander auf.

   – Was können Sie über das Güterpreisverhältnis sagen?

   – Stellen Sie die Produktionsmöglichkeitengrenze der Welt graphisch dar, und geben Sie für jeden Punkt entlang dieser Kurve an, welches Land welches Gut produziert.

   – Welches Handelsmuster ergibt sich bei einem Tauschverhältnis von einer Einheit X gegen eine Einheit Y ?

1. Aufgabe

Gegeben sei eine Ökonomie mit zwei Produktionszweigen, die ein Gut *X* bzw. ein Gut *Y* produzieren. Bei der Produktion werden zwei Produktionsfaktoren, Arbeit *(A)* und Kapital *(K)*, eingesetzt, deren Bestandsmengen fest vorgegeben sind.

Der Kapitaleinsatz im Sektor *X* verursache Emissionen, die sich negativ auf die Produktion im Sektor *Y* auswirken. Die Produktionsfunktionen seien

$$X = F(A_x, K_x) \quad , \quad \partial F / \partial A_x > 0 \quad , \quad \partial F / \partial K_x > 0$$

$$Y = h(K_x) G(A_y, K_y)$$

wobei gelte: $\partial G / \partial A_y > 0 \quad , \quad \partial G / \partial K_y > 0 \quad , \quad h > 0 \quad , \quad h' < 0 \quad .$

a) Leiten Sie die Bedingung für effiziente Produktion ab. (Unterstellen Sie eine innere Lösung.)

   Interpretieren Sie die Effizienzbedingung ökonomisch.

b) Berechnen Sie die Grenzrate der Transformation $-dY/dX$, und interpretieren Sie den sich ergebenden Ausdruck ökonomisch.

c) Nehmen Sie an, es gebe zwei voneinander unabhänging handelnde Unternehmen. Eines produziert Gut *X*, das andere produziert Gut *Y*. Jedes Unternehmen strebt nach maximalem Gewinn und sieht die Preise des jeweiligen Gutes und der Faktoren als Datum an.

   Zeigen Sie, daß bei Fehlen fiskalischer Korrekturen ineffizient produziert wird.

   Zeigen Sie, daß effiziente Produktion möglich ist, wenn der Kapitaleinsatz im Sektor *X* besteuert wird. Nehmen Sie an, es werde eine Mengensteuer von *t* Geldeinheiten je Einheit von K_x erhoben. Zeigen Sie, in welcher Höhe *t* festgelegt werden müßte, wenn effizient produziert werden soll.

2. Aufgabe

Es sind folgende Funktionen gegeben:

Konsum: $C = b(Y - T)$

Investition: $I = \bar{I} - mi$

Geldnachfrage: $M^d = \left(\frac{1}{2}Y - ki\right)P$

Geldangebot: $M^s = \overline{M}$

Preisniveau: $P = \frac{1}{30}Y$

Nehmen Sie an, die Parameterwerte seien wie folgt festgelegt: $b = 0{,}8$, $T = 20$, $k = 1$ und $m = 0{,}4$. Die autonomen Investitionen betragen 20. Das nominelle Geldangebot beträgt 50. Zunächst betragen die Staatsausgaben 10. Die folgenden Fragen b) - d) beziehen sich direkt auf das Modell.

a) Welche Beziehung besteht zwischen dem Kurswert eines festverzinslichen Wertpapiers mit unendlicher Laufzeit und dem Marktzins?

b) Leiten Sie die IS-Kurve und die LM-Kurve her.

c) Bestimmen Sie das Preisniveau, den gleichgewichtigen Zins und das gleichgewichtige Einkommen. Runden Sie Ihre Ergebnisse auf ganze Zahlen auf/ab.

d) Wie ändern sich das gleichgewichtige Einkommen und der gleichgewichtige Zins, wenn die Staatsausgaben auf 12 erhöht werden? Stellen Sie Ihr Ergebnis grafisch in einem IS-LM-Diagramm dar, und erläutern Sie die Effekte ökonomisch.

   Hinweis: Gehen Sie einfachheitshalber von einem konstanten Preisniveau in Höhe von $P = 2$ aus.

e) Betrachten Sie den Fall

$$\left.\frac{di}{dY}\right|_{LM} = 0$$

   Erläutern Sie, wie es zu dieser Konstellation kommen kann, und stellen Sie sie in einem IS-LM-Diagramm dar. Wie wirkt sich eine Geldmengenerhöhung aus? Interpretieren Sie die Effekte!

3. Aufgabe

a) Welche der folgenden Produktionsfunktionen sind linearhomogen bzgl. der beiden Produktionsfaktoren Arbeit N und Kapital K, welche nicht?
Begründen Sie Ihre Antwort.

$$F_1(N,K) = \left(\sqrt{N} + \sqrt{K}\right)^2$$

$$F_2(N,K) = N\,K$$

$$F_3(N,K) = \frac{K^2 + N^2}{N\,K}$$

$$F_4(N,K) = \sqrt{N + K}$$

$$F_5(N,K) = 3N + K$$

b) Zeigen Sie, daß die Produktionsfunktion

$$F(N,K) = \frac{N\,K}{N + K}$$

linearhomogen ist und berechnen Sie die Ableitungen $\frac{\partial F(N,K)}{\partial N}$, $\frac{\partial^2 F(N,K)}{\partial N^2}$. Berechnen Sie ferner die per-capita-Produktionsfunktion in Abhängigkeit von der Kapitalintensität.

c) Die folgenden Gleichungen beschreiben ein neoklassisches Wachstumsmodell:

$$Y(t) = \frac{N(t)K(t)}{N(t) + K(t)}$$

$$\hat{N}(t) = 0{,}1$$

$$\dot{K}(t) = I(t) = 0{,}3\,Y(t)$$

mit Y Sozialprodukt, N Arbeit, K Kapitalstock, I Investitionen und t Zeit.

Berechnen Sie die Höhe der Kapitalintensität im Wachstumsgleichgewicht.

d) Berechnen Sie, wie hoch im Modell aus Aufgabenteil c) die Lohnquote im Wachstumsgleichgewicht ist, wenn die Produktionsfaktoren entsprechend ihrer Grenzproduktivität entlohnt werden.

e) Beschreiben Sie kurz Gründe für die Aufnahme von Handelsbeziehungen sowie die sich daraus ergebenden Handelsstrukturen.