
Matrikelnummer

Aufgabe 1

Betrachten Sie eine Tauschwirtschaft mit zwei Individuen, 1 und 2, und zwei Gütern, x und y. Das Wohlbefinden des Individuums 1 wird positiv vom Verbrauch des Gutes y durch Individuum 2 beeinflußt. In der Ausgangssituation seien die fest vorgegebenen Gütermengen wie folgt verteilt: Individuum 1 verfügt über die gesamte Menge $\bar{y}$ des Gutes y, und Individuum 2 verfügt über die gesamte Menge $\bar{x}$ des Gutes x. Die Nutzenfunktionen lauten

$$U^1(x_1, y_1, y_2) = x_1\, y_1 + y_2$$

$$U^2(x_2, y_2) = x_2\, y_2$$

wobei x_i und y_i die vom Individuum i verbrauchten Gütermengen bezeichnen.

a) Zeigen Sie, daß in der beschriebenen Ökonomie eine Pareto-optimale Allokation mit $x_i, y_i > 0$ (i = 1,2) durch folgende Bedingung charakterisiert ist:

$$\frac{x_2}{y_2} = \frac{x_1}{y_1} - \frac{1}{y_1}$$

Interpretieren Sie die Bedingung ökonomisch.

b) Nennen Sie die Gleichungen, durch welche implizit die Kontraktkurve der Ökonomie definiert wird. Zeigen Sie, daß die Funktionsgleichung der Kontraktkurve lautet:

$$x_1 = \frac{\bar{x} - 1}{\bar{y}}\, y_1 + 1$$

Stellen Sie die Menge Pareto-optimaler Allokationen in einer Tauschbox dar.

Matrikelnummer

c) Berechnen Sie die Pareto-optimale Allokation (x_1, x_2, y_1, y_2) für den Fall, daß $\overline{x} = 10$, $\overline{y} = 20$ und das Nutzenniveau des Individuums 2 den Wert $U_2 = 20$ annimmt.

d) In der Ausgangssituation verfüge Individuum 1 über die insgesamt vorhandenen 20 Einheiten von *y*, und Individuum 2 verfüge über die insgesamt vorhandenen 10 Einheiten von *x*. Beide Individuen verhalten sich als Mengenanpasser, wobei Individuum 1 nicht weiß, wieviel von Gut *y* insgesamt vorhanden ist. Der Preis des Gutes *x* sei auf eins normiert $(p_x = 1)$.

Ermitteln Sie die Gleichgewichtswerte des Preises des Gutes *y* und der Verbrauchsmengen x_i und y_i (i = 1,2).

Ist das berechnete Gleichgewicht Pareto-optimal? Begründen Sie Ihre Antwort.

Matrikelnummer

Aufgabe 2

Gehen Sie davon aus, dass die Volkswirtschaft eines Landes durch folgende Gleichungen beschrieben werden kann:

(1) $Y = C(Y - T) + I(i) + G$

(2) $\frac{M}{P} = L(Y, i)$

(3) $P = P(Y)$

Dabei bezeichnen

G die Staatsausgaben

T die Steuereinnahmen

Y das Einkommen

P das Preisniveau

Die übrige Notation ist Ihnen bekannt. Nehmen Sie an, dass die Zentralbank die Geldmenge konstant hält.

a) Nennen Sie die endogenen und die exogenen Variablen. Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Sozialprodukt und dem Preisniveau (Gleichung 3) und warum?

b) Berechnen Sie die Steigung der IS- und der LM-Kurve. Erläutern Sie kurz den Verlauf der Kurven. Welche Größen verschieben die Kurven?

c) Die Regierung der Volkswirtschaft will durch eine Steuersenkung eine Erhöhung des Einkommens erreichen. Berechnen Sie die Änderung des Einkommens und zeichnen Sie in eine passende Grafik das alte und neue Gleichgewicht ein. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

Matrikelnummer

d) Die Regierung hält die Staatsquote für zu hoch. Berechnen Sie, in welchem Ausmaß der Staat seine Ausgaben senken kann, so dass wieder das Einkommensniveau vor der Steuersenkung erreicht wird. Erläutern Sie Ihr Ergebnis kurz.

e) Wie lautet die Aussage des Haavelmo-Theorems? Untersuchen Sie formal, ob das Haavelmo-Theorem gilt, wenn für die Nachfrage des Landes unterstellt wird, dass sowohl die Konsumnachfrage als auch die Investitionsnachfrage von der Höhe des Einkommens abhängen:

(4) $$Y = C\left(Y - T\right) + I\left(i, Y\right) + G$$

Nehmen Sie an, dass die Zentralbank den Zins stabilisiert. Begründen Sie Ihr Ergebnis kurz.

Matrikelnummer

Aufgabe 3

Ein neoklassisches Wachstumsmodell sei durch folgende Gleichungen charakterisiert:

$$Y = F(N, K)$$

$$\dot{N}(t) = n\,N(t) \qquad \text{mit} \qquad n > 0$$

$$\dot{K}(t) = I(t) = s\,Y(t) \qquad \text{mit} \qquad 0 < s < 1$$

Dabei bezeichnen

Y Sozialprodukt
N Arbeit
K Kapitalstock
I Investitionen
t Zeit

Die Produktionsfunktion $F(N, K)$ sei linear-homogen bzgl. der beiden Produktionsfaktoren; die Grenzproduktivitäten von Arbeit und Kapital seien positiv und abnehmend.

a) Prüfen Sie nach, ob die folgenden Produktionsfunktionen die oben genannten Eigenschaften besitzen:

$$F_1(N, K) = 5(N + K)$$

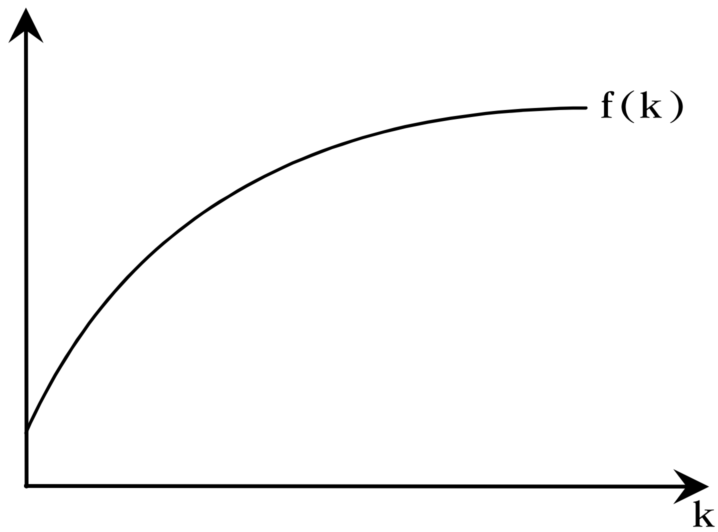
$$F_2(N, K) = \left(\sqrt{N} + \sqrt{K}\right)^2$$

b) Zeigen Sie, daß die Pro-Kopf Produktion nur von der Kapitalintensität k abhängt. Zeigen Sie ferner, daß diese per-capita Produktionsfunktion $f(k)$ streng monoton steigt und streng konkav ist.

c) Leiten Sie die Bedingung ab, die die Kapitalintensität erfüllen muß, damit ein Wachstumsgleichgewicht vorliegt, und geben Sie eine kurze ökonomische Interpretation dieser Bedingung.

Matrikelnummer

d) Vervollständigen Sie das folgende Diagramm, bestimmen Sie das Wachstumsgleichgewicht und analysieren Sie anhand dieser Graphik die Stabilität des Wachstumsgleichgewichts.



e) Wie beeinflußt eine Senkung der Wachstumsrate der Bevölkerung den Pro-Kopf-Konsum im Wachstumsgleichgewicht? Argumentieren Sie graphisch.

f) Zeigen Sie, daß im Wachstumsgleichgewicht N, K und Y mit der gleichen Rate wachsen.

Matrikelnummer

Aufgabe 4

Geben Sie für die folgenden Aussagen an, ob sie wahr (w) oder falsch (f) sind. Eine Begründung ist nicht erforderlich. Tragen Sie Ihre Antwort bitte in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. Für jede korrekte Antwort gibt es 2 Punkte, für jede nicht korrekte Antwort werden 2 Punkte abgezogen. Keine Antwort ergibt 0 Punkte. Insgesamt können in diesem Aufgabenteil nicht weniger als 0 Punkte erzielt werden.

☐ Behauptung: Bei einer homothetischen Nutzenfunktion gilt, dass das Verhältnis der nachgefragten Mengen nur vom Güterpreisverhältnis abhängt.

☐ Behauptung: Bei steigenden Skalenerträgen gilt, dass Grenz- und Stückkosten eines Gutes bei steigender Produktion sinken.

☐ Die Nutzenfunktion eines Konsumenten beschreibt seinen Nutzen u in Abhängigkeit der konsumierten Mengen des inländischen Gutes x und des ausländischen Gutes y. Die Nutzenfunktion lautet

$$u = x^2 y \ .$$

Die Budgetbeschränkung in realen Größen ist mit w als realem Wechselkurs

$$c = x + w y \ .$$

Behauptung: Die Importnachfrage eines inländischen Konsumenten lautet

$$y = c/(4w)$$

☐ In zwei Ländern A und B werden mit Hilfe des Produktionsfaktors Arbeit die beiden Güter X und Y produziert. Die Produktionsmöglichkeitengrenze von Land A lautet: $Y = 200 - X$, und die von Land B lautet $Y = 100 - 0.5X$.

Behauptung: Land A hat einen komparativen Kostenvorteil bei der Produktion von Gut X, Land B bei der Produktion von Gut Y.

☐ In zwei Ländern A und B werden mit Hilfe der Produktionsfaktoren Arbeit (L) und Kapital (K) die beiden Güter X und Y produziert.

Die Produktionsfunktionen lauten

$$X = L_x^{1/2} K_x^{1/2}$$

$$Y = L_y^{1/3} K_y^{2/3}$$

Die Nutzenfunktionen sind für beide Länder identisch und homothetisch. Land A verfügt über 60 Arbeitseinheiten und 50 Kapitaleinheiten. Land B verfügt über 110 Arbeitseinheiten und 100 Kapitaleinheiten.

Behauptung: Land B exportiert Gut Y .