

Produktions-Management I

- Operatives Produktions-Management -

Formelsammlung

Univ.-Prof. Dr. oec. habil. Herfried Schneider
 Fachgebiet Produktionswirtschaft und Industriebetriebslehre

Ilmenau, April 2004

zu Kapitel 3: Produktionsprogrammplanung

(1) Symbolbeschreibung

a_{ji}, a_{jk}	= Kapazitätsbedarf einer Erzeugniseinheit i oder k auf Aggregat j
b_j	= Kapazität des Aggregates j
c_i	= variable Stückkosten des Enderzeugnisses i (letzte Fertigungsstufe)
c_k	= variable Stückkosten des Vorstufenerzeugnisses k
c_{kE}	= variable Stückkosten des eigengefertigten Vorstufenerzeugnisses k
c_{kF}	= Stückkosten der fremdbezogenen Komponente k (Einstandspreis)
db_i	= Deckungsspanne oder Stückdeckungsbeitrag des Erzeugnisses i
db_{iE}	= Stückdeckungsbeitrag bei Eigenfertigung des Erzeugnisses i
db_{iF}	= Stückdeckungsbeitrag bei Fremdfertigung des Erzeugnisses i
db_{ijrel}	= rel. Deckungsspanne (relativer Stückdeckungsbeitrag) für Erzeugnis i , bezogen auf Engpassaggregat j
h_i	= Absatzhöchstmenge des Erzeugnisses i
i	= 1, 2, ..., n (Erzeugnisart)
j	= 1, 2, ..., m (Aggregattyp)
k	= $n+1, \dots, K$; Index für Vorstufenerzeugnisse (Einzelteile, Baugruppen)
k_v	= variable Stückkosten (über alle Fertigungsstufen)
K_f	= fixe Kosten im Planungszeitraum
p_F	= Preis je Mengeneinheit (Fremdbezug)
p_i	= Preis je Mengeneinheit i
q_{jk}	= Menge des Vorstufenerzeugnisses k für Enderzeugnis i (Produktionskoeffizient)
q_{jkE}	= Menge der eigengefertigten Komponente k für eine Mengeneinheit des Erzeugnisses j (Produktionskoeffizient)
q_{jkF}	= Menge der fremdbezogenen Komponente k für eine Mengeneinheit des Erzeugnisses j
x_i	= Menge des Erzeugnisse i
$\Delta db_{i,rel}$	= relative Deckungsspannendifferenz
Δdb_i	= Deckungsspannendifferenz
K_k	= Kosten aller Vorstufenerzeugnisse

(2) Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms mittels DB-Analyse ohne Kapazitätsbeschränkung bei einstufiger Produktion (Standardansatz)

Zielfunktion: $DB = \sum_{i=1}^n db_i \cdot x_i \rightarrow \text{Max.}$
 mit $db_i = p_i - c_i$

Nebenbedingung: $x_i \geq 0, (db_i \geq 0)$

Gewinnerrechnung: $G = \sum_{i=1}^n db_i \cdot x_i - K_f$

(3) Programmplanung bei vorgegebenem Kapazitätsengpass und einstufiger Produktion

Zielfunktion: $DB = \sum_{i=1}^n db_i \cdot x_i \rightarrow \text{Max.}$

Auswahlkriterium: $db_{ijrel} = \frac{db_i}{a_{ji}}$

Nebenbedingung: $db_{ijrel} \geq 0$

(4) Entscheidung über Fremdbezug mittels DB-Analyse

a) ohne Kapazitätsbeschränkung: $k_v > p_F$

b) mit Kapazitätsbeschränkung:
 $k_v > p_F$
 $db_{iE} = p_i - k_v$
 $db_{iF} = p_i - p_F$
 $\Delta db_i = db_{iE} - db_{iF}$
 $\Delta db_{ijrel} = \frac{\Delta db_i}{a_{ji}}$

(5) Programmplanung bei mehreren Produktionsanlagen mit beschränkter Kapazität (vollständiger Standardansatz) - LP-Modell

Zielfunktion: $DB = \sum_{i=1}^n db_i \cdot x_i \rightarrow \text{Max.}$

Kapazitätsstruktur: mit $db_i = p_i - c_i$

Nebenbedingungen: $\sum_{i=1}^n a_{ji} \cdot x_i \leq b_j$

Absatzstrukturen: $x_i \leq h_i$; Nichtnegativitätsbedingung: $x_i \geq 0 (db_i \geq 0)$

(6) Programmplanung bei mehrstufiger Mehrproduktfertigung

Ausgangsmodell: $DB = \sum_{i=1}^n db_i \cdot x_i \rightarrow \text{Max.}$

Kosten aller

Vorstufenerzeugnisse: $K_k = \sum_{k=n+1}^K c_k \left(\sum_{i=1}^n q_{ik} \cdot x_i \right)$

Zielfunktion: $DB = \sum_{i=1}^n (p_i - c_i) x_i - \sum_{k=n+1}^K c_k \left(\sum_{i=1}^n q_{ik} \cdot x_i \right) \rightarrow \text{Max.}$

Kapazitätsstruktur: mit $db_i = p_i - c_i$

Nebenbedingungen: $\sum_{i=1}^n a_{ji} \cdot x_i + \sum_{k=n+1}^K a_{jk} \left(\sum_{i=1}^n q_{ik} \cdot x_i \right) \leq b_j$

Absatzstrukturen: $x_i \leq h_i$ Nichtnegativitätsbedingung: $x_i \geq 0$

(7) Eigen- oder Fremdfertigung

Zielfunktion:

$E\{\dots\} \quad F\{\dots\}$

$$DB = \sum_{i=1}^n x_i (p_i - c_i) - \sum_{k=n+1}^K c_{kE} \left(\sum_{i=1}^n q_{ikE} \cdot x_i \right) + c_{kF} \left(\sum_{i=1}^n q_{ikF} \cdot x_i \right) \rightarrow \text{Max.}$$

Nebenbedingungen: $x_i = q_{ikE}$

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} \cdot x_i + \sum_{k=n+1}^K a_{jk} (q_{ikE} \cdot x_i) \leq b_j$$

$$x_i \leq h_i$$

zu Kapitel 5: Auftrags- und Bereitstellungsplanung bei Fremdbezug
und Kapitel 6: Produktionsvollzugsplanung
(Bestimmungen- und Losgrößenberechnung)

(1) Symbolbeschreibung

A	= Losgröße/ Bestellmenge
A_{opt}	= optimale Losgröße/ Bestellmenge
$b_t; b_i$	= Bedarf in Periode t bzw. i
B	= Gesamtbedarf
B_T	= Gesamtbedarf für den Planungshorizont T (Nettobedarf)
i	= jeweils definierter Laufindex der Perioden 0...T
j	= Periode der letzten Losauflage
k_B	= Beschaffungspreis je Mengeneinheit
K_B	= Bereitstellungskosten
k_f	= losgrößenfixe Kosten einer Losauflage, bestellmengenfixe Kosten einer Bestellung
K_f	= Bestellfixkosten/ Auflagefixkosten im Planungszeitraum
K_{ges}	= Gesamtkosten einer Bedarfs-/ Produktionsmenge
$K_{j,t}$	= losabhängige Kosten für eine Losauflage in Höhe der Bedarfe von j...t
$k_{j,t}$	= losabhängige Stückkosten für eine Losauflage in Höhe der Bedarfe von j...t
l	= $p + q$ = Lagerhaltungskostensatz je Zeiteinheit (Jahr, Periode)
k_L	= Lagerhaltungskosten je Mengen- und Zeiteinheit (Jahr, Periode)
K_L	= Lagerhaltungskosten im Planungszeitraum
$K_{L(T)}$	= Lagerhaltungskosten für den Planungszeitraum 1...T
k_R	= auflagenfixe Rüstkosten
$K_{R(T)}$	= Gesamtrüstkosten für den Planungszeitraum 1...T
$\bar{K}_t(x)$	= losabhängige Kosten bis zur Periode t
$K_t(x_t)$	= losabhängige Kosten der Periode t (Kosten der Losauflage in t)
$K_T(x)$	= Gesamtkosten der Losproduktion im Planungszeitraum 1...T
K_v	= variable Stückkosten
n	= Anzahl der Bestellungen in einem Planungszeitraum
p	= "reiner" Lagerkostensatz
q	= Zinskostensatz
t	= Planperiode
T	= Planungshorizont
x	= Fertigungslosgröße
$x_{opt(T)}$	= optimale Fertigungslosgröße im Planungszeitraum 1...T
x_k	= kritische Menge
x_t	= Fertigungslosgröße in Periode t
x_{∞}	= Äquivalenzmenge
y_t	= Lagerbestand in Periode t
σ	= Produktionsgeschwindigkeit ME/Tag
τ	= Absatzgeschwindigkeit ME/Tag
λ	= Sprungfunktion mit $\lambda(x_t) = 1$ für $x_t > 0$ und $\lambda(x_t) = 0$ für $x_t = 0$

(2) Andler'sche Bestellmengen- und Losgrößenformel ("klassische" Losgrößenformel)

bestellfixe Kosten: $K_f = k_f \cdot \frac{B}{A} = k_f \cdot n$

Bereitstellungskosten: $K_B = k_B \cdot B = k_B \cdot A \cdot n \rightarrow \text{const.}$

Lagerkosten: $K_L = \frac{A}{2} \cdot l \cdot k_B$ mit $l = p + q$

Gesamtkosten: $K_{\text{ges}} = k_f \cdot \frac{B}{A} + k_B \cdot B + \frac{A}{2} \cdot l \cdot k_B$

optimale Bestellmenge (opt. Losgröße): $A_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2 \cdot k_f \cdot B}{l \cdot k_B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot k_f \cdot B}{K_L}}$

(3) Berücksichtigung einer endlichen Produktionsgeschwindigkeit

$$K_L = \frac{x}{2} \left(1 - \frac{T}{\sigma}\right) \cdot l \cdot k_V$$

$$x_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2 \cdot k_R \cdot B}{k_V \cdot l \cdot \left(1 - \frac{T}{\sigma}\right)}}$$

(4) Annahmen zur dynamischen Losgrößenrechnung

Losauflage in t $x_t = 0$ oder
 $x_t = b_t$ oder
 $x_t = b_t + y_t$ mit $y_t \in \{b_{t+1}; b_{t+1} + b_{t+2}; b_{t+1} + b_{t+2} + b_{t+3}; \dots\}$

(5) dynamische Losgrößenrechnung nach Wagner/Whitin

gesucht wird: $K(x) = \sum_{t=1}^T [k_R \cdot \lambda(x_t) + k_V \cdot x_t + k_L \cdot y_t] \rightarrow \text{Min.}$

für den Losvektor $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_T)$

und mit $\lambda(x_t) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } x_t > 0 \\ 0, & \text{wenn } x_t = 0 \end{cases}$

für eine Losauflage $x_t = 0$ ergibt sich:

$$\bar{K}_t(x_t) = k_R + \sum_{i=j+1}^t (i-j) \cdot b_i \cdot k_L + \bar{K}_{j-1}$$

mit $\sum_{i=0}^{j-1} K_i(x_i) = \bar{K}_{j-1}$ und $k_L = k_V \cdot l$

Das rekursive Gleichungssystem lautet:

$$\bar{K}_t(x_t) = \min \begin{cases} k_R + \bar{K}_{j-1} & \text{für } \lambda(x_t) = 1 \\ \min \left[k_R + \sum_{i=j+1}^t (i-j) b_i \cdot k_L + \bar{K}_{j-1} \right] & \text{für } \lambda(x_t) = 0 \text{ und } 0 < j < t \end{cases}$$

(6) gleitende wirtschaftliche Losgröße (Stückkostenverfahren)

gesucht wird: $x_j = \sum_{i=j}^t b_i$ für min. $k_{j,t}$

$$k_{j,t} = \frac{k_R + k_L \cdot \sum_{i=j}^t (i-j) \cdot b_i}{\sum_{i=j}^t b_i}$$

Abbruchkriterium: $k_{j,t} > k_{j,t-1}$

(7) Kostenausgleichsverfahren und Stückperiodenverfahren (Part-Period-Verfahren)

a) Kostenausgleichsverfahren:

gesucht wird: $x_j = \sum_{i=j}^t b_i$ für $K_L = k_R$

mit $K_L = k_L \sum_{i=j}^t (i-j) \cdot b_i$

Abbruchkriterium: $k_L \sum_{i=j}^t (i-j) \cdot b_i > k_R$

b) Stückperiodenverfahren:

kritische Menge: $x_k = \frac{k_R}{k_L}$

Äquivalenzmenge: $x_{e(j,t)} = \sum_{i=j}^t (i-j) \cdot b_i$

Abbruchkriterium: $x_{e(j,t)} > x_k$

(8) Silver-Meal-Heuristik

gesucht wird: $x_j = \sum_{i=j}^t b_i$ für $K_{j,t} = \frac{k_R + k_L \cdot \sum_{i=j}^t (i-j) \cdot b_i}{t-j+1} \longrightarrow \text{Min.}$

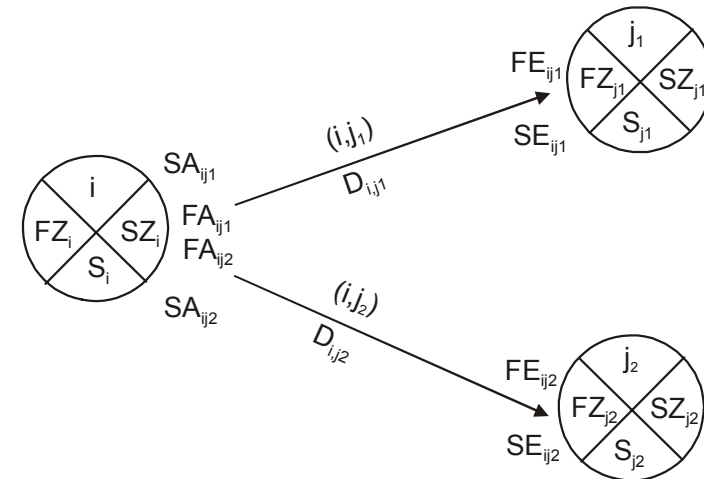
Abbruchkriterium: $K_{j,t} > K_{j,t-1}$

(9) Servicegrad

Servicegrad = $\frac{\text{Anzahl der befriedigten Bedarfsanforderungen} \times 100\%}{\text{Anzahl aller Bedarfsanforderungen}}$

zu Kapitel 9: Produktionsplanung und -steuerung für die Einzelproduktion

Tätigkeits- Pfeil- Netzplan, CPM



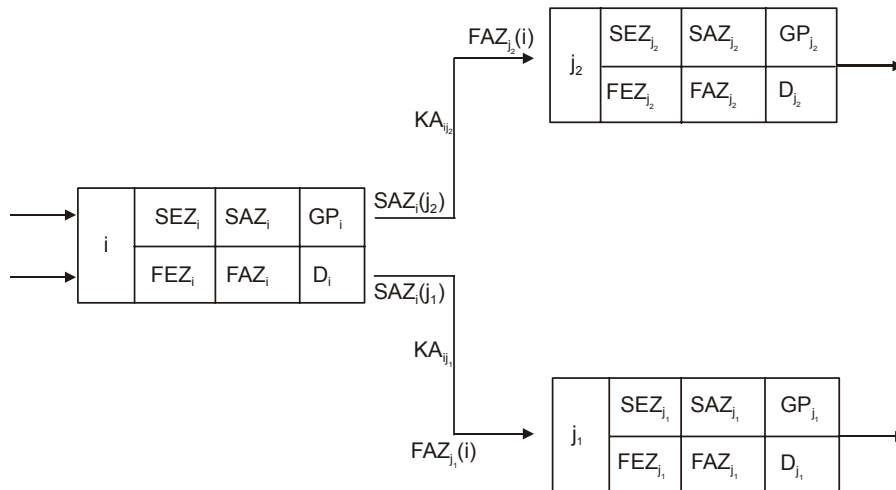
(1) Symbolbeschreibung

- FZ_i = errechneter Zeitpunkt für das frühestmögliche Eintreten des Ereignisses "i"
- SZ_i = errechneter Zeitpunkt für das in Bezug auf das Zielereignis spätest erlaubte Eintreten des Ereignisses "i"
- S_i = Zeitspanne, um die das Ereignis "i" verschoben werden kann
- i bzw. j = Ereignisknotennummer
- (i, j) = Tätigkeit, die durch das Anfangsereignis "i" und das Endereignis "j" bestimmt ist
- D_{i, j} = Dauer der Tätigkeit (i, j)
- FA_{i, j} = errechneter Zeitpunkt für den frühestmöglichen Anfang der Tätigkeit (i, j)
- SA_{i, j} = errechneter Zeitpunkt für den in Bezug auf das Projektende spätest erlaubten Anfang der Tätigkeit (i, j)
- FE_{i, j} = errechneter Zeitpunkt für das frühestmögliche Ende der Tätigkeit (i, j)
- SE_{i, j} = errechneter Zeitpunkt für das in Bezug auf das Projektende spätest erlaubte Ende der Tätigkeit (i, j)
- KA_{max i, j} = maximal verfügbare Zeit für die Tätigkeit (i, j)
- GP_{i, j} = Gesamtpufferzeit der Tätigkeit (i, j)
- FP_{i, j} = freie Pufferzeit der Tätigkeit (i, j)
- UP_{i, j} = unabhängige Pufferzeit der Tätigkeit (i, j)

(2) Zeitberechnungen im CPM-Netzplan

$$\begin{aligned}
 KA_{\max} &= SZ_j - FZ_i \\
 FA_{ij} &= FZ_i \\
 FE_{ij} &= FZ_i + D_{ij} \\
 SA_{ij} &= SE_{ij} - D_{ij} \\
 SE_{ij} &= SZ_j \\
 S_i &= SZ_i - FZ_i \\
 GP_{ij} &= SA_{ij} - FA_{ij} \\
 &= SE_{ij} - FE_{ij} \\
 FP_{ij} &= GP_{ij} - s_j \\
 &= FZ_j - FZ_i - D_{ij} \\
 UP_{ij} &= FP_{ij} - s_i \\
 &= FZ_j - SZ_i - D_{ij}
 \end{aligned}$$

Tätigkeits-Knoten-Darstellung MPM



(1) Symbolbeschreibung

- "i" bzw. "j" = Tätigkeit bzw. Vorgang Nr. "i" bzw. "j"
- FAZ_i = frühester Anfang der Tätigkeit "i" bezogen auf alle unmittelbar vorgeordneten Tätigkeiten
- SAZ_i = spätester Anfang der Tätigkeit "i" bezogen auf die unmittelbar nachgeordneten Tätigkeiten
- D_i = Dauer der Tätigkeit "i"
- $SAZ_i(j)$ = spätester Anfang der Tätigkeit "i" bezogen auf die unmittelbar nachgeordnete Tätigkeit "j"
- KA_{ij} = Differenz der Anfangszeitpunkte der Tätigkeiten "i" und "j"
- $FAZ_j(i)$ = frühester Anfang der Tätigkeit "j" bezogen auf die unmittelbar vorgeordnete Tätigkeit "i"
- FEZ_i = frühestes Ende der Tätigkeit "i" bezogen auf alle unmittelbar nachgeordneten Tätigkeiten
- SEZ_i = spätestes Ende der Tätigkeit "i"
- GP_i = Gesamtpufferzeit der Tätigkeit "i"
- FP_i = freie Pufferzeit der Tätigkeit "i"
- UP_i = unabhängige Pufferzeit der Tätigkeit "i"

(2) Zeitberechnung im MPM-Netzplan

$$\begin{aligned}
 KA_{ij} &= FAZ_j(i) - FAZ_i \\
 FAZ_j(i) &= FAZ_i + KA_{ij} \\
 SAZ_i(j) &= SAZ_j - FAZ_i \\
 GP_i &= SAZ_i - FAZ_i \\
 &= SEZ_i - FAZ_i - D_i \\
 &= SEZ_i - FEZ_i \\
 FEZ_i &= FAZ_i + D_i \\
 SEZ_i &= SAZ_i + D_i
 \end{aligned}$$

zu Kapitel 10: Produktionsplanung und -steuerung für die Klein- und Mittelserienproduktion

Belastungsorientierte Auftragsfreigabe (BOA)

(1) Symbolbeschreibung

$AB_{\text{mittl.}}$	= mittlerer Auftragsbestand
AT	= Zahl der Arbeitstage pro Planperiode
$t_{\text{Bel,K}}$	= abgewertete Belastung nachfolgender Arbeitsstationen durch den Auftrag K
BKT	= Betriebskalendertage
BS	= Belastungsschranke
EPS_j	= Einlastungsprozentsatz des Arbeitssystems j
t_{AT}	= verfügbare Fertigungszeit pro Arbeitstag (Plankapazität)
PA	= Planabgang
$t_{B,K}$	= mittlere Durchführungszeit (Bearbeitungszeit) des Arbeitsganges i eines Auftrages K an einem Arbeitssystem
$W_{ab j}$	= Abgangswahrscheinlichkeit von Arbeitsstation j
j	= Nummer der Arbeitsstation
$ABFA_{ik}$	= Abwertungsfaktor des Arbeitsganges i des Auftrages K

(2) Planabgang

$$PA = AT \cdot t_{AT}$$

(3) Abgangswahrscheinlichkeit

$$W_{ab j} = \frac{PA_j}{BS_j} = \frac{100}{EPS}$$

(4) Abwertungsfaktor des Auftrages K für den Arbeitsgang i

$$ABFA_{ik} = W_{ab1} \cdot W_{ab2} \cdot \dots \cdot W_{abi}$$

(5) Einlastungsprozentsatz

$$EPS_j = \frac{100}{W_{abj}} = \frac{BS_j}{PA_j}$$

(6) Belastung durch den Arbeitsgang i eines Auftrages an einer Arbeitsstation

$$t_{\text{Bel,K}} = ABFA_{i-1,K} \cdot t_{B,K}$$

zu Kapitel 11: Produktionsplanung und -steuerung für die Mittel- und Großserienproduktion

KANBAN

(1) Symbolbeschreibung

B	= Teilebedarf je Planperiode
b	= mittlerer Teilebedarf je BKT
BKT	= Betriebskalendertage
PK	= Produktions-Kanban
Q	= maximale Teilezahl im Regelkreis
q	= Anzahl der Teile je Standardbehälter
s	= Anzahl der Standardbehälter
t_B	= Bearbeitungszeit
t_R	= Rüstzeit
t_T	= Transportzeit
t_u	= mittlere Umlaufzeit eines Standardbehälters im Regelkreis [in BKT]
t_W	= Warte- und Liegezeiten
TK	= Transport-Kanban
z	= Sicherheitszuschlagssatz [in%]

(2) mittlerer Teilebedarf im Regelkreis

$$b = \frac{B}{BKT_{\text{Planperiode}}}$$

(3) Anzahl der umlaufenden Standardbehälter (bzw. Karten)

$$S = \frac{b \cdot t_u \cdot \left(1 + \frac{z}{100\%}\right)}{q} \quad \text{mit: } t_u = t_B + t_R + t_W + t_T$$

(4) maximale Teilezahl im System

$$Q = S \cdot q$$