Mikro 3, Wintersemester 2003–2004

Version 1.1 vom 8. Dezember 2003

Karl Dietrich <dietrich@vwl.uni-hannover.de>

Gliederung (1)

1. Überblick, Tausch
2. Walrasgleichgewicht
3. Produktion und Tausch
4. Wohlfahrtsfunktionen
5. Externe Effekte
6. Informations Technik
7. Asymetrische Information

Überblick, Tausch (2)

Es gibt sowohl Befürworter als auch Gegner von staatlichen Eingriffen auf Märkten mit vollständiger Konkurrenz.
Die Gegner staatlicher Eingriffe behaupten:

- Märkte mit vollständiger Konkurrenz sind effizient,
- versorgen die Konsumenten mit Gütern, deren Preise gleich den gesellschaftlich minimalen Kosten sind und
- führen zu einer maximalen gesellschaftlichen Rente.

Die Befürworter meinen hingegen:

- Märkte mit vollständiger Konkurrenz sind sehr selten,
- wenn es sie gibt, funktionieren sie nicht so reibungslos wie behauptet und
- die Wohlfahrtseigenschaften sind für eine Wirtschaft mit vielen Märkten nicht bewiesen.

Lernprogramm (4)

- Allgemeines Gleichgewicht
  - reiner Tausch
  - Wohlfahrtstheoreme
  - Produktion und Tausch
- Gesellschaftliche Wohlfahrtsfunktion
  - Aggregation individueller Präferenzen
  - Unmöglichkeitstheorem
  - alternative Wohlfahrtskriterien
- Marktversagen
  - Externalitäten
  - ökonomische Aspekte der IT
  - asymetrische Information (Informationsökonomik)

Allgemeines Gleichgewicht (5)

Untersucht werden Wirtschaften mit vielen Märkten, die untereinander in Verbindung stehen.
Über die Märkte verfolgen Wirtschaftssubjekte (Haushalte, Firmen und Staat) unabhängig ihre Ziele (privat dezentrale Planung).
Die Anzahl der Märkte und der Marktteilnehmer ist beliebig, im einfachsten Fall gibt es jedoch nur zwei Güter (Märkte) und zwei Personen mit einer gegeben Anfangsausstattung der Güter, welche sie untereinander austauschen können.
Man bezeichnet dies als den Fall des reinen Tausches in einer 2×2 Wirtschaft. Dies ist auch der Ausgangspunkt unserer Betrachtung.

Reiner Tausch (6)

Die beiden Personen A und B besitzen die Güterbündel $\omega_A = (\omega_A^1, \omega_A^2)$ und $\omega_B = (\omega_B^1, \omega_B^2)$.
Durch Tauschen können sie die Anfangsaustattung verändern, also eine neue Güterverteilung herbeiführen. A gibt dabei einen Teil seines Besitzes an B und erhält dafür — im Austausch — einen Teil des Besizes von B.
Nach dem Tausch besitzt A das Güterbündel $X_A = \omega_A + T$ und B besitzt das Güterbündel $X_B = \omega_B - T$. Der Tauschvektor enthält eine positive und eine negative Komponente.

Beispiel 1
Die Anfangsausstattungen sind $\omega_A = (3, 6)$ und $\omega_B = (9, 4)$. A tauscht 2 Einheiten von Gut 2 gegen eine Einheit von Gut 1, der Tauschvektor ist also $T = (1, -2)$.
Güterverteilung nach dem Tausch:

$$X_A = \omega_A + T = (3, 6) + (1, -2) = (4, 4)$$
$$X_B = \omega_B - T = (9, 4) - (1, -2) = (8, 6)$$

Zulässige Güterverteilungen (8)

Der gesellschaftliche Gütervorrat

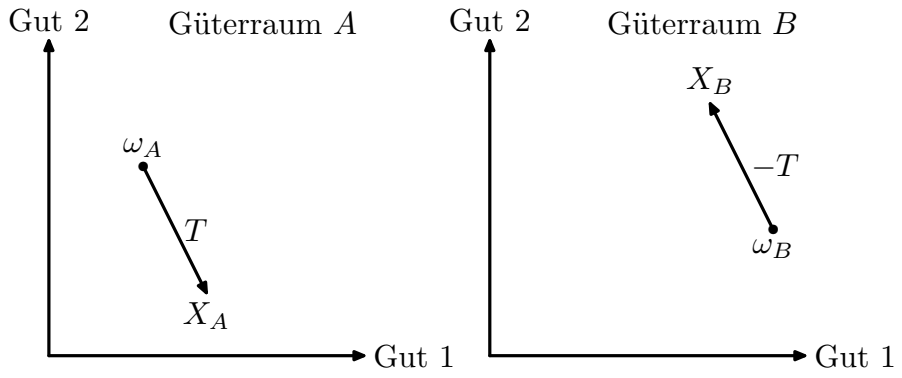
$$\begin{pmatrix} \omega^1 \\ \omega^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_A^1 + \omega_B^1 \\ \omega_A^2 + \omega_B^2 \end{pmatrix} = \omega_A + \omega_B$$

bleibt beim Tauschen unverändert.

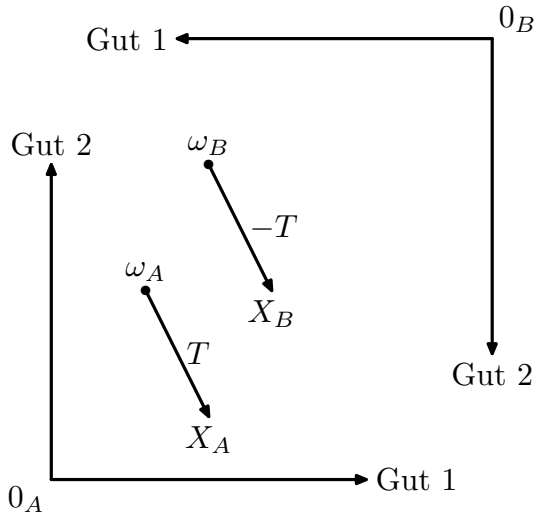
$$X_A + X_B = \omega_A + T + \omega_B - T = \omega_A + \omega_B$$

Alle Güterverteilungen X_A und X_B, bei denen der Privatbesitz nicht größer als der gesellschaftliche Gütervorrat ist, heißen zulässige Güterverteilung.

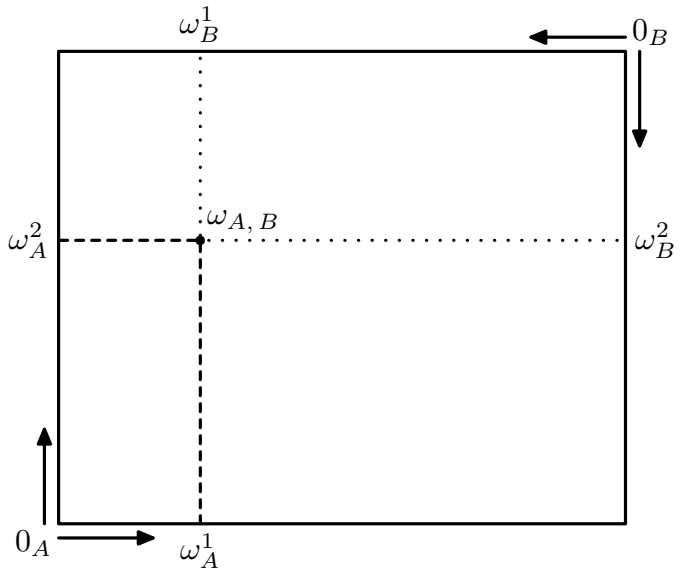
Geometrische Darstellung des Tauschaktes (9)



Drehung eines Güterraumes (10)



Edgeworthbox mit Anfangsausstattung (11)

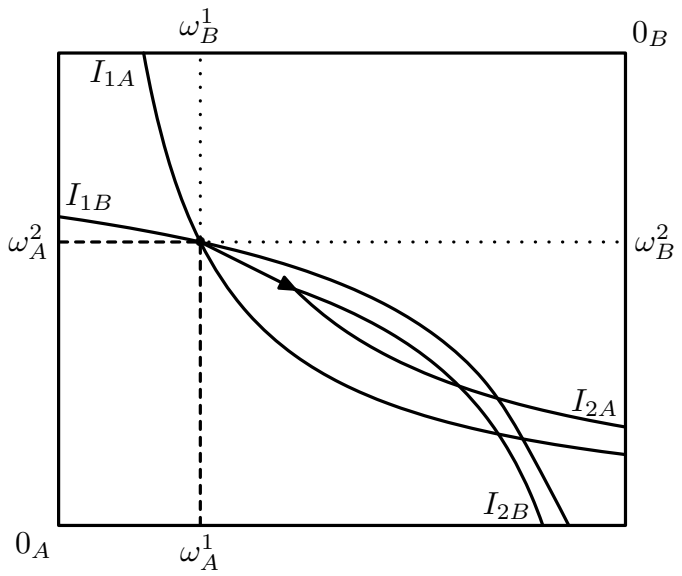


Eigenschaften der Edgeworthbox (12)

Die Edgeworthbox erlaubt die graphische Darstellung des Tausches zweier Güter zwischen zwei Personen. Sie stellt sowohl die Güterverteilungen auf die Personen als auch deren Präferenzen dar.

- Jeder Punkt in der Box (und auf ihrem Rand) ist eine zulässige Verteilung.
- Die Breite der Box ist gleich dem gesellschaftlichen Gütervorat von Sorte 1,
- ihre Höhe entspricht dem Gütervorat an Gut 2.

Tausch und Verhandlungsspielraum (13)



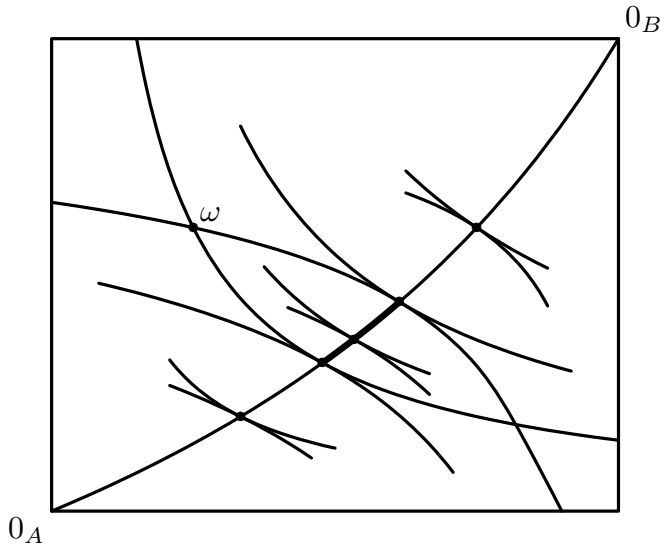
Tauschgleichgewicht (14)

Erst wenn bei einer Güterverteilung der Verhandlungsspielraum zu einem einzigen Punkt zusammengeschrumpft ist, wird es keine Verbesserungen für beide Tauschpartner zugleich mehr geben und die Verhandlungen sind zu Ende. Wie die Verhandlungen im einzelnen ablaufen, ist nicht nachvollziehbar, wohl aber unter welcher Bedingung sie zu Ende sind.
Der Verhandlungsspielraum ist genau dann nur noch ein Punkt und damit ein Ende der Verhandlungen zwischen den Tauschpartnern erreicht, wenn sich eine Indifferenzkurve der Person A und eine der Person B an dieser Stelle berühren statt schneiden. Einen solchen Endzustand des Verhandelns bezeichnet man als *Tauschgleichgewicht*.

Optimalität der Tauschgleichgewichte (15)

Eine zulässige Allokation ist dann (Pareto-) optimal, wenn es keine weitere zulässige Allokation mehr gibt, die mindestens einen Tauschpartner besser stellt, ohne den anderen zu schädigen.
Eine optimale Allokation in der Edgeworth Box ist dadurch gekennzeichnet, dass sich an diesem Punkt eine Indifferenzkurve von Person A und eine von Person B berühren. Der Verhandlungsspielraum ist auf einen Berührpunkt zweier Indifferenzkurven geschrumpft.

Kontraktkurve und Kern (16)



Der geometrische Ort aller Berührpunkte beider Scharen von Indifferenzkurven heißt Kontraktkurve.
Der Teil der Kontraktkurve, der bei einer gegebenen Erstausstattung durch die Linse des Verhandlungsspielraums verläuft, heißt Kern.
Der Kern ist somit die Menge aller (Pareto-) optimalen Güterverteilungen auf die Personen, die bei einer bestimmten Anfangsausstattung *nicht blockiert* werden. Der Tausch wird — bei gegebener Erstausstattung — zu einer Güterverteilung im Kern führen.

Preisvermittelter Tausch (18)

Unterstellt wird eine unabhängige Instanz, ein Auktionator, der die Preise der beiden Güter den beiden Personen bekannt gibt und ggf. neue Preise festlegt, falls die Gütermärkte nicht geräumt sind.
A und B ermitteln aufgrund der vom Auktionator genannten Preise den Wert ihrer Ausstattung (ihr Einkommen) und danach ihr Haushaltsoptimum.
Falls die Konsumpläne von A und B nicht miteinander vereinbar sind (die Märkte nicht geräumt sind), wird der Auktionator seine Preise revidieren und die beiden Marktteilnehmer werden ihre Planungen an diese neuen Preise anpassen.

Erstausstattung, Preise und Budgetgerade (19)

Bei den Preisen p_1 und p_2 beträgt der Wert der Erstausstattung — gemessen in Geldeinheiten — von Person A bzw. B

$$p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2 \quad \text{bzw.} \quad p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2$$

und kann zum Erwerb der gewünschten Güterbündel (der Nachfrage) $X_A = (x_A^1,\, x_A^2)$ bzw. $X_B = (x_B^1,\, x_B^2)$ eingesetzt werden.
Die beiden Budgetbeschränkungen lauten somit

$$p_1x_A^1 + p_2x_A^2 = p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2$$
$$p_1x_B^1 + p_2x_B^2 = p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2$$

Überschussnachfrage (20)

Die Überschussnachfrage von Person A ist definiert als die Differenz zwischen ihrer Nachfrage und ihrer Erstausstattung

$$e_A = X_A - \omega_A = \begin{pmatrix} x_A^1 - \omega_A^1 \\ x_A^2 - \omega_A^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_A^1 \\ e_A^2 \end{pmatrix}$$

Für Person B gilt analog die Überschussnachfrage

$$e_B = X_B - \omega_B = \begin{pmatrix} x_B^1 - \omega_B^1 \\ x_B^2 - \omega_B^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_B^1 \\ e_B^2 \end{pmatrix}$$

Normalform der Budgetgerade (21)

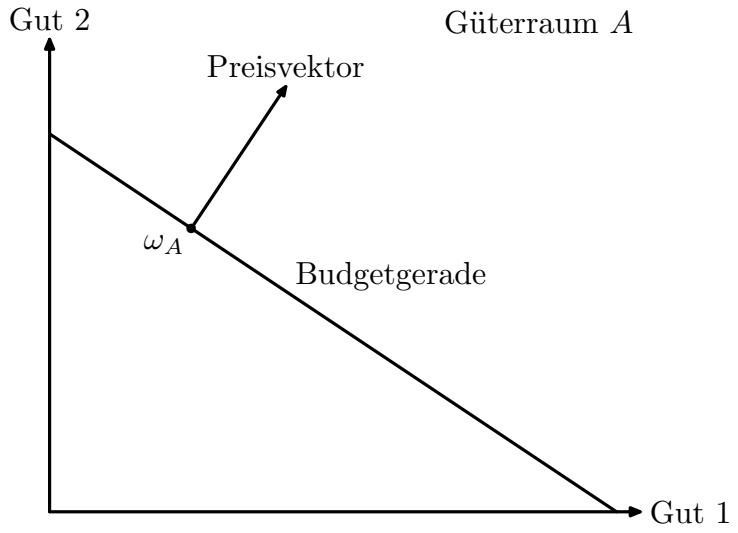
Wird der Wert der Erstausstattung auf beiden Seiten der Budgetgleichung subtrahiert und zusammengefasst, ergibt sich

$$p_1\left(x_A^1 - \omega_A^1\right) + p_2\left(x_A^2 - \omega_A^2\right) = 0 \quad \text{bzw.} \quad p_1e_A^1 + p_2e_A^2 = 0$$

Diesen Ausdruck kann man auch als Skalarprodukt des Preisvektors $(p_1\ p_2)$ mit dem Vektor der Überschussnachfrage schreiben

$$\begin{pmatrix} p_1 & p_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_A^1 \\ e_A^2 \end{pmatrix} = 0$$

Das Skalarprodukt zweier Vektoren ist genau dann gleich Null, wenn beide orthogonal sind — also senkrecht zueinander sind.



Preisvektor und Budgetgerade (22)

Haushaltsoptimum (23)

Bei gegebenen Erstausstattungen ω_A, ω_B und einem vom Auktionator genannten Preisvektor $(p_1,\, p_2)$ wählen die Personen A und B jene Güterbündel X_A und X_B, bei denen ihre Nutzenfunktion maximal wird unter Beachtung ihrer Budgetbeschränkung.
Das Entscheidungsproblem bei Person A lautet

$$\max_{x_A^1,\, x_A^2} u_A(x_A^1,\, x_A^2) \quad \text{u d N} \quad p_1\left(x_A^1 - \omega_A^1\right) + p_2\left(x_A^2 - \omega_A^2\right) = 0$$

und für Person B

$$\max_{x_B^1,\, x_B^2} u_B(x_B^1,\, x_B^2) \quad \text{u d N} \quad p_1\left(x_B^1 - \omega_B^1\right) + p_2\left(x_B^2 - \omega_B^2\right) = 0$$

Beispiel 2
Angenommen, die Präferenzen von Person A werden durch eine Produktnutzenfunktion $u_A(x_A^1,\, x_A^2) = x_A^1 x_A^2$ repräsentiert, dann ergibt sich die Lagrangefunktion

$$\mathcal{L}(x_A^1,\, x_A^2) = x_A^1 x_A^2 - \lambda\left[p_1\left(x_A^1 - \omega_A^1\right) + p_2\left(x_A^2 - \omega_A^2\right)\right]$$

mit den Bedingungen erster Ordnung

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_A^1} = x_A^2 - \lambda p_1 = 0 \tag{i}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_A^2} = x_A^1 - \lambda p_2 = 0 \tag{ii}$$

$$p_1 \left(x_A^1 - \omega_A^1\right) + p_2 \left(x_A^2 - \omega_A^2\right) = 0 \tag{iii}$$

Aus den Bedingungen (i) und (ii) ergibt sich die bekannte Beziehung „Verhältnis der Grenznutzen gleich Preisverhältnis“, die sich im Beispiel auch als konkretes Mischungsverhältnis des optimalen Güterbündels erweisen

$$\frac{x_A^2}{x_A^1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \rightsquigarrow \quad x_A^2 = \frac{p_1}{p_2} x_A^1$$

dies in die Budgetbeschränkung (iii) eingesetzt liefert die Nachfrage

$$x_A^1(p_1,\, p_2) = \frac{p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2}{2p_1} \quad \text{und} \quad x_A^2(p_1,\, p_2) = \frac{p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2}{2p_2}$$

sowie die beiden Überschussnachfragefunktionen von A

$$e_A^1(p_1,\, p_2) = \frac{p_2\omega_A^2 - p_1\omega_A^1}{2p_1} \quad \text{und} \quad e_A^2(p_1,\, p_2) = \frac{p_1\omega_A^1 - p_2\omega_A^2}{2p_2}$$

Wird bei Person B die Nutzenfunktion $u_B(x_B^1,\, x_B^2) = \left(x_B^1\right)^{1/2} x_B^2$ unterstellt, dann führt der Lagrangeansatz zu den Nachfrage-

$$x_B^1(p_1,\, p_2) = \frac{p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2}{3p_1} \quad \text{und} \quad x_B^2(p_1,\, p_2) = \frac{2p_1\omega_B^1 + 2p_2\omega_B^2}{3p_2}$$

und Überschussnachfragefunktionen

$$e_B^1(p_1,\, p_2) = \frac{p_2\omega_B^2 - 2p_1\omega_B^1}{3p_1} \quad \text{und} \quad e_B^2(p_1,\, p_2) = \frac{2p_1\omega_B^1 - p_2\omega_B^2}{3p_2}$$

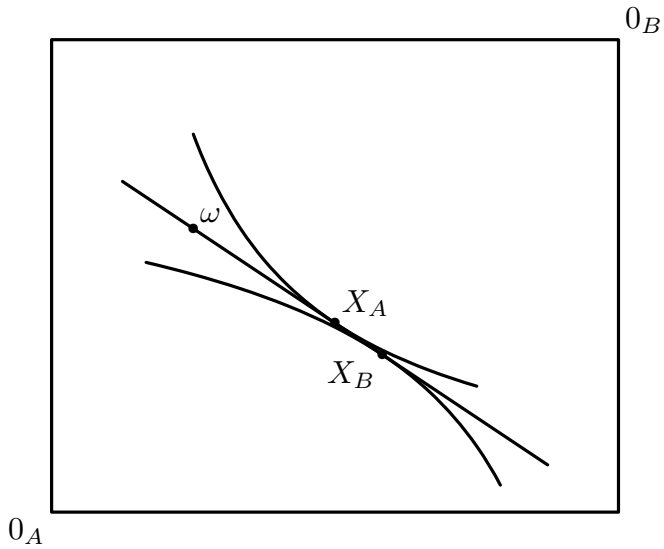
Sind die Erstausstattungen durch $\omega_A = (3,\, 6)$ und $\omega_B = (9,\, 4)$ gegeben und der Auktionator ruft den Preisvektor $p = (2,\, 3)$ aus, dann belaufen sich die Überschussnachfragen von A und B auf

$$e_a^1 = 3 \qquad\qquad e_A^2 = -2$$

$$e_B^1 = -4 \qquad\qquad e_B^2 = \frac{8}{3}$$

Die beiden Märkte sind nicht geräumt und der Auktionator wird neue Preise — einen kleineren Preis p_1 und einen größeren Preis p_2 — ausrufen.

Konkurrenzverhalten (28)


0_B
ω
X_A
X_B
0_A

Walrasgleichgewicht (29)

Ein Walrasgleichgewicht (bei reinem Tausch) ist ein Preisvektor, bei dem jeder Marktteilnehmer sein persönliches Haushaltsoptimum erzielt und zugleich auf allen Märkten das Angebot gleich der Nachfrage ist.
Im Zwei-Güter-Fall wählt jeder Marktteilnehmer das Güterbündel auf seiner Budgetgeraden (die durch seine Erstausstattung verläuft), bei dem eine Indifferenzkurve tangiert — also sein (individuelles) Grenznutzenverhältnis gleich dem (vom Auktionator vorgegebenen) Preisverhältnis ist. Daher sind die Grenznutzenverhältnisse aller Marktteilnehmer auch im Walrasgleichgewicht untereinander gleich.

Gleichgewicht formuliert mit Nachfragefunktionen (30)

Bezeichnet $x_A^1(p_1, p_2)$ die Nachfrage von A nach Gut 1, sowie $x_B^1(p_1, p_2)$ die Nachfrage von Person B nach Gut 1, und gelten analoge Bezeichnungen für das Gut 2, dann sind die beiden Märkte beim Preisvektor (p_1^*, p_2^*) im Gleichgewicht, wenn gilt

$$x_A^1(p_1^*, p_2^*) + x_B^1(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^1 + \omega_B^1$$
$$x_A^2(p_1^*, p_2^*) + x_B^2(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^2 + \omega_B^2$$

Was besagt, dass die gesellschaftliche Nachfrage (links) gleich dem gesellschaftlichen Gütervorrat (rechts) ist.

Aggregierte Überschussnachfragefunktionen (31)

Wird der gesellschaftliche Gütervorrat subtrahiert, ergibt sich

$$\left[x_A^1(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^1\right] + \left[x_B^1(p_1^*, p_2^*) - \omega_B^1\right] = 0$$
$$\left[x_A^2(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^2\right] + \left[x_B^2(p_1^*, p_2^*) - \omega_B^2\right] = 0$$

Die Ausdrücke in den eckigen Klammern sind individuelle Überschussnachfragefunktionen, welche für jedes Gut addiert werden. Definiert man die aggregierte Überschussnachfragefunktion für Gut 1 als $z_1 = e_A^1 + e_B^1$ und die für Gut 2 als $z_2 = e_A^2 + e_B^2$, dann kann man die Gleichgewichtsbedingungen auch schreiben als

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = 0 \quad \text{und} \quad z_2(p_1^*, p_2^*) = 0$$

Das Gesetz von Walras (32)

Das Gesetz von Walras lautet

$$p_1 z_1(p_1,\, p_2) + p_2 z_2(p_1,\, p_2) = 0$$

und besagt, dass der Wert der aggregierten Überschussnachfrage *bei beliebigen Preisen* identisch Null ist.
Der Beweis des Gesetzes von Walras besteht darin die individuellen Budgetgleichungen zu aggregieren und die Definitionen der Überschussnachfragen einzusetzen.

Gesetz von Walras und Konkurrenzgleichgewicht (33)

Das Gesetz von Walras gilt für *alle* Preisvektoren, insbesondere auch beim gleichgewichtigen Preisvektor $(p_1^*,\, p_2^*) > \mathbf{0}$.
Daher reduzieren sich die Gleichgewichtsbedigungen im Zwei-Güter-Fall auf

$$z_1(p_1^*,\, p_2^*) = 0 \quad \text{oder} \quad z_2(p_1^*,\, p_2^*) = 0$$

Angenommen, $z_1(p_1^*,\, p_2^*) = 0$, dann gilt wegen des Gesetzes von Walras $p_2^* z_2(p_1^*,\, p_2^*) = 0$. Da $p_2 > 0$ folgt $z_2(p_1^*,\, p_2^*) = 0$.
Sind allgemein von insgesamt k Märkten alle bis auf einen im Gleichgewicht, dann ist auch dieser eine im Gleichgewicht.

Relative Preise (34)

Die individuellen Nachfragefunktionen sind homogen vom Grad Null in den Preisen. Wenn sich alle Preise proportional gleich ändern, dann bleibt die Budgetgleichung $p(X_i - \omega_i) = 0$ von Person i unverändert. Diese Eigenschaft besitzen auch die aggregierten Überschussnachfragefunktionen.
Daher können durch die $k-1$ Gleichgewichtsbedingungen $z_j(p_1^*, \ldots, p_k^*) = 0$ nur die Richtung des gleichgewichtigen Preisvektors bestimmt werden und nicht seine absolute Größe.
Für die Frage nach der Existenz eines gleichgewichtigen Preisvektors (der nur der Richtung nach bestimmt ist), reicht aber dieses Abzählkriterium nicht aus.

Beispiel 3
Es soll die Richtung des gleichgewichtigen Preisvektors in der 2×2 Ökonomie berechnet werden, die den obigen Edgeworth-Boxen zugrunde liegt.

Die individuellen Überschussnachfragefunktionen der beiden Personen A und B nach den beiden Gütern 1 und 2 lauten:

$$e_A^1(p_1,\, p_2) = \frac{p_2\omega_A^2 - p_1\omega_A^1}{2p_1} \qquad \text{und} \qquad e_A^2(p_1,\, p_2) = \frac{p_1\omega_A^1 - p_2\omega_A^2}{2p_2}$$
$$e_B^1(p_1,\, p_2) = \frac{p_2\omega_B^2 - 2p_1\omega_B^1}{3p_1} \qquad \text{und} \qquad e_B^2(p_1,\, p_2) = \frac{2p_1\omega_B^1 - p_2\omega_B^2}{3p_2}$$

Wir können entweder $z_1 = e_A^1 + e_B^1 = 0$ oder $z_2 = e_A^2 + e_B^2 = 0$ als die einzige unabhängige Gleichgewichtbedingung benutzen, um nach der Richtung des gleichgewichtigen Preisvektors aufzulösen.

$$\begin{aligned} z_1(p_1,\, p_2) &= \frac{p_2\omega_A^2 - p_1\omega_A^1}{2p_1} + \frac{p_2\omega_B^2 - 2p_1\omega_B^1}{3p_1} \\ &= \frac{3p_2\omega_A^2 - 3p_1\omega_A^1 + 2p_2\omega_B^2 - 4p_1\omega_B^1}{6p_1} \end{aligned}$$

Im Gleichgewicht muss der Bruch gleich Null sein, also führt für $p_1 > 0$ die Bedingung $z_1(p_1^*,\, p_2^*) = 0$ zu

$$p_2^* \left[3\omega_A^2 + 2\omega_B^2\right] - p_1^* \left[3\omega_A^1 + 4\omega_B^1\right] = 0 \quad \rightsquigarrow$$
$$\frac{p_2^*}{p_1^*} = \frac{3\omega_A^2 + 2\omega_B^2}{3\omega_A^1 + 4\omega_B^1}$$

Die Skeptiker mögen (zu Hause) prüfen, ob bei diesem Preisverhältnis auch der zweite Markt im Gleichgewicht ist.

Existenz eines Walrasgleichgewichtes (37)

Im obigen Beispiel wurde ein Walrasgleichgewicht direkt berechnet. Gelingt dies auch im allgemeinen Fall bei vielen Marktteilnehmern und vielen Gütern?
Oder mathematisch formuliert: kann man das nicht-lineare Gleichungssystem der aggregierten Überschussnachfragefunktionen (die alle homogen vom Grad Null in den Preisen sind) nach der Richtung eines nicht-negativen Preisvektors auflösen?
Die Antwort ist Ja, wenn zusätzlich alle aggregierten Überschussnachfragefunktionen *stetig* in den Preisen sind.

Stetigkeit der aggregierten Überschussnachfragefunktionen (38)

Die aggregierten Überschussnachfragefunktionen sind stetig, falls

- alle individuellen Überschussnachfragefunktionen stetig sind
- oder alle individuellen Anteile an den aggregierten Überschussnachfragefunktionen hinreichend klein sind.

Gleichgewicht und Optimalität (39)

Walrasgleichgewichte führen zu Pareto optimalen Güterverteilungen.
Diese Eigenschaft der Walrasgleichgewichte wird als *Erstes Wohlfahrtstheorem* bezeichnet.
Das erste Wohlfahrtstheorem besagt: alle Tauschgewinne sind ausgeschöpft (die Linse des Verhandlungsspielraumes ist auf einen Punkt geschrumpft).
Es sagt hingegen *nichts* über die Verteilung der Tauschgewinne aus. Namentlich wird nichts über Gerechtigkeit oder Fairness oder Angemessenheit der Güterverteilung ausgesagt.

Zweites Wohlfahrtstheorem (40)

Wenn alle Marktteilnehmer konvexe Indifferenzkurven haben (ihre Nutzenfunktionen mithin konkav sind), dann kann jede Pareto optimale Güterverteilung als ein Walrasgleichgewicht realisiert werden, indem eine geeignete Erstausstattung den Marktteilnehmern zugewiesen wird.
In gewisser Weise wird die Aussage des Ersten Wohlfahrtstheorems umgekehrt. Die Voraussetzung konkaver Nutzenfunktionen ist notwendig. Das Zweite Wohlfahrtstheorem ist daher *nicht ganz so allgemein* wie das Erste.

Annahmen des Ersten Wohlfahrtstheorems (41)

Es basiert auf denselben Voraussetzungen, welche die Existenz eines Walrasgleichgewichtes sichern. Darunter gibt es jedoch einige nicht ausdrücklich erwähnte Annahmen, die nun herausgestellt werden.

- Die Nutzenfunktionen werden ausschließlich durch den eigenen Konsum beeinflusst und *nicht* durch den Konsum Dritter (keine Externalitäten im Konsum).
- Die Marktteilnehmer verhalten sich als Mengenanpasser.
- Das Erste Wohlfahrtstheorem ist nur dann von Interesse, wenn ein Walrasgleichgewicht überhaupt existiert.

Bedeutung des Ersten Wohlfahrtstheorems (42)

Die wesentliche Bedeutung des Ersten Wohlfahrtstheorems besteht darin, dass es einen allgemeinen Allokationsmechanismus — Konkurrenzmärkte — benennt, deren Resultat eine Pareto optimale Güterverteilung auf die Marktteilnehmer garantiert.
Die Konsumenten benötigen lediglich die gleichgewichtigen Preise, um ihre Entscheidungen zu fällen. Auch dieser minimale Informationsbedarf der Marktteilnehmer ist ein Grund Konkurrenzmärkten als Allokationsmechanismus den Vorzug zu geben.

Bedeutung des Zweiten Wohlfahrtstheorems (43)

Die Bedeutung des Zweiten Wohlfahrtstheorems besteht darin, dass die Frage nach der optimalen Güterverteilung und die Frage nach den distributiven Eigenschaften einer Güterverteilung (Gerechtigkeit etc.) getrennt behandelt werden können.
Die Konkurrenzmärkte sind in distributiver Hinsicht neutral — die Werte aller Erstausstattungen werden nicht verändert.
Jeder kennt vermutlich Beispiele, wie durch Manipulation von Preisen die Einkommensverteilung zugunsten bestimmter Gruppen verändert werden soll. Das Zweite Wohlfahrtstheorem besagt jedoch, dass dies unsinnig ist.

Allgemeine Tauschwirtschaft (44)

Betrachtet wird eine Tauschwirtschaft mit vielen (k) Gütern, Märkten und (n) Marktteilnehmer. Alle Pläne werden privat und dezentral aufgestellt und basieren auf Preisen $(p_1, \ldots, p_k)$. Diese Pläne lassen sich zu k aggregierten Überschussnachfragefunktionen

$$z_i(p_1, \ldots, p_k) \ , \qquad i = 1, \ldots, k$$

für die Märkte zusammenfassen.

Eigenschaften der z_i (45)

- Stetigkeit (keine sprunghaften Änderungen der nachgefragten und angebotenen Mengen bei kleinen Preisvariationen);
- normale Preisreaktionen (wird nur der Preis von Gut g kleiner, dann wird auch die aggregierte Überschussnachfrage von g kleiner);
- Nullhomogenität in den Preisen (verändern sich alle Preise proportional, dann hat dies keinen Einfluss auf die z_i);

- sie erfüllen das Gesetz von Walras für beliebige Preise

$$\sum_{i=1}^{k} p_i z_i(p_1, \ldots, p_k) = 0$$

Vorüberlegung zur Existenz eines Gleichgewichtes (46)

Die Eigenschaften der aggregierten Überschussnachfragefunktionen wurden direkt postuliert, ohne auf die Planungen der Marktteilnehmer direkt Bezug zu nehmen. Es bedarf nun einer Institution — außerhalb der Märkte — welche für die (iterative) Berechnung und Revision der Preise verantwortlich ist. Diese Institution wird als Auktionator bezeichnet. Seine Aufgabe besteht darin, die Preise solange zu revidieren, bis alle Märkte geräumt sind. Dazu bedient sich der Auktionator bestimmter, einfacher Regeln.

Rechenregeln des Auktionators (47)

1. Zuerst gibt der Auktionator einen willkürlich gewählten nicht-negativen Preisvektor p^0 bekannt, der allerdings in der Summe auf Eins normiert ist, d.h. $\sum_i p_i = 1$.

2. Die Marktteilnehmer melden ihm ihre Pläne und er kann daher feststellen, ob die aggregierten Überschußnachfragefunktionen positiv, negativ oder Null sind.

3. Aufgrund dieser Feststellungen revidiert er den Preisvektor auf folgende Weise:

   (a) Ist auf einem Markt g die aggregierte Überschußnachfrage positiv, so addiert er den numerischen Wert von z_g zum Preis p_g

   (b) ist die Überschußnachfrage kleiner oder gleich Null, so bleibt der Preis für dieses Gut unverändert,

   (c) zum Schluß werden alle Preise addiert und die einzelnen Preise durch diese Preissumme dividiert, damit der Preisvektor wieder in seiner Komponentensumme auf Eins normiert ist.

4. Der Auktionator gibt den revidierten Preisvektor bekannt und das Verfahren wird mit der Rückmeldung der Pläne aller Marktteilnehmer beim revidierten Preisvektor fortgesetzt.

5. Falls der Auktionator feststellt, dass der Preisvektor nicht mehr revidiert werden muß, gibt er bekannt, dass zu diesen Preisen jetzt tatsächlich getauscht werden kann.

Tâtonnement (49)

Dieses Verfahren, mit dem der Walrasianische Auktionator versucht, sich an ein simultanes Gleichgewicht auf allen Märkten heranzutasten wird *Tâtonnement* genannt.
Es simuliert einen Wettbewerbsprozeß in einem System verbundener Märkte, ohne Transaktionen im Ungleichgewicht. Überraschenderweise sind diese wenigen und auch für sich gesehen sehr schlichten Regeln imstande, die Gleichgewichtspreise eines Walras-Gleichgewichtes hervorzubringen.

Existenzbeweis des Walrasgleichgewichtes (50)

Der Auktionator stellt die Verkörperung der folgenden Abbildung T von $\mathbb{S}_k = \{p \in \mathbb{R}_+^k : \sum_{i=1}^k p_i = 1\}$ nach $\mathbb{S}_k$ dar:

$$T_j(p) = \frac{p_j + \max(0,\ z_j(p))}{\sum_{i=1}^k [p_i + \max(0,\ z_i(p))]}\ , \quad j = 1, \ldots, k$$

Die Abbildung T bildet stetig die kompakte und konvexe Menge $\mathbb{S}_k$ auf sich selbst ab. Der *Fixpunktsatz von Brouwer* besagt, dass unter diesen Voraussetzungen T (mindestens) einen Fixpunkt besitzt, es mithin einen Preisvektor p^* gibt mit $T(p^*) = p^*$.
Nun wird gezeigt, dass der Fixpunkt p^* von T der Preisvektor zu einem Walras-Gleichgewicht ist. Für einen Preis p_j^* gilt

$$p_j^* = T_j(p^*) = \frac{p_j^* + \max(0,\ z_j(p^*))}{\sum_{i=1}^k [p_i^* + \max(0,\ z_i(p^*))]}$$

Multiplikation mit dem Nenner-Term, wobei man beachte, dass $\sum_{i=1}^k p_i^* = 1$ wegen $p^* \in \mathbb{S}_k$, ergibt

$$p_j^* \left[1 + \sum_{i=1}^k \max(0, z_i(p^*))\right] = p_j^* + \max(0, z_j(p^*))$$

Der gemeinsame Term p_j^* wird gestrichen und es ergibt sich nach Multiplikation mit $z_j(p^*)$

$$p_j^*\, z_j(p^*) \left[\sum_{i=1}^k \max(0,\ z_i(p^*))\right] = z_j(p^*)\ \max(0,\ z_j(p^*))$$

Summation über alle $j = 1, \ldots, k$ ergibt

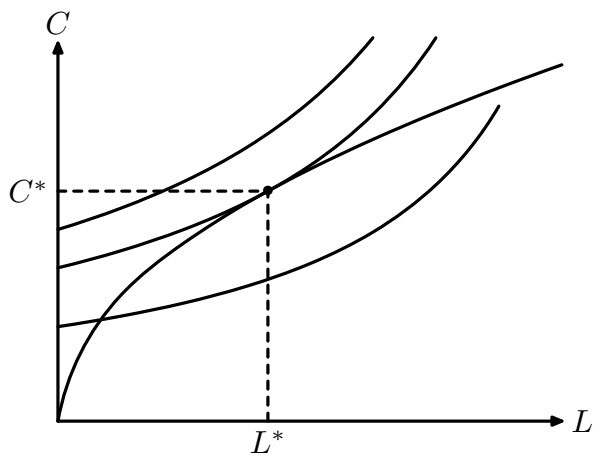
$$\left[\sum_{j=1}^k p_j^*\, z_j(p^*)\right] \left[\sum_{i=1}^k \max(0,\ z_i(p^*))\right] = \sum_{j=1}^k z_j(p^*)\ \max(0,\ z_j(p^*))$$

Ganz links in der ersten eckigen Klammer steht die aggregierte Budgetrestriktion, daher ist die linke Seite der Gleichung Null.
Rechts steht eine Summe, deren einzelne Glieder entweder Null oder $(z_j(p^*))^2$ betragen, also auch allesamt nichtnegativ sind. Folglich müssen alle Summanden rechts gleich Null sein, was aber gerade die Räumung aller Märkte bedeutet.

Produktion und Tausch (54)

Die Produktion im Rahmen des allgemeinen Gleichgewichts wird zunächst anhand einer Ökonomie betrachtet, in der ein Agent arbeitet und konsumiert. Dieses Szenario wird gewöhnlich als eine Robinson Crusoe Wirtschaft bezeichnet. Robinson kann einen Tag einteilen in Kokosnüsse sammeln und am Strand bummeln.
Seine Präferenzen beziehen sich auf den Konsum von Kokosnüssen und Freizeit.
Das Sammeln der Kokosnüsse geht zu Lasten seiner Freizeit und erfolgt anhand einer neoklassischen Produktionsfunktion (positive aber abnehmende Grenzproduktivität der Arbeit).

Optimaler Produktions- und Konsumplan (55)



Zentrale und dezentrale Planungen (56)

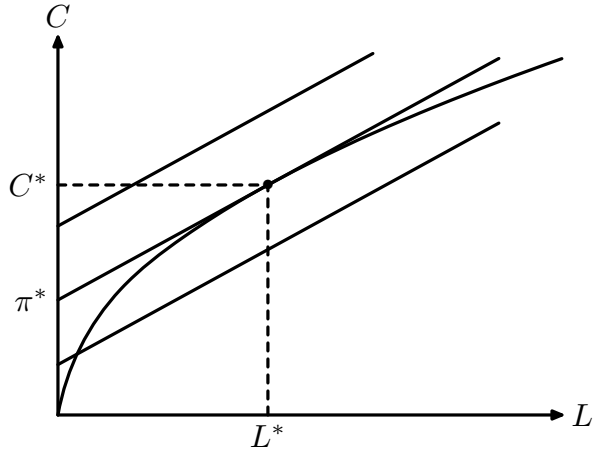
Der integrierte Produktions- und Konsumplan von Robinson ist das, was eine zentrale Instanz (ein sozialer Planer) für die gesamte Wirtschaft durchführen würde.
Die zentrale Planung kann jedoch durch Konkurrenzmärkte ersetzt werden. Diese Märkte koordinieren unabhängige privat dezentrale Planungen, welche sich an Preisen orientieren.
In der Ein-Personen-Wirtschaft von Robinson Crusoe ist diese Unterscheidung sehr künstlich, führt aber am gleichen Szenario die Planung anhand

von Preisen durch. Im Folgenden wird unterstellt, dass der Preis für Kokosnüsse gleich Eins ist (als Numeraire dient) und der relative Lohnsatz wird mit w bezeichnet.

Produktionsplanung einer Firma (57)

Ziel der Firma ist es den Gewinn $\pi = C - wL$ zu maximieren im Rahmen der durch die Produktionsfunktion $C = F(L)$ gezogenen Grenze.
Wird bei gegebenem Lohnsatz w die Gewinngleichung umgestellt $C = \pi + wL$, ergeben sich in einem L-C-Diagramm die bekannten Isogewinnlinien als Geraden mit Steigung w und Ordinatenabschnitt π.
Der Gewinn ist dort maximal, wo eine Isogewinnlinie die Produktionsfunktion tangiert.

Gewinnmaximum einer Firma bei Mengenanpassung (58)



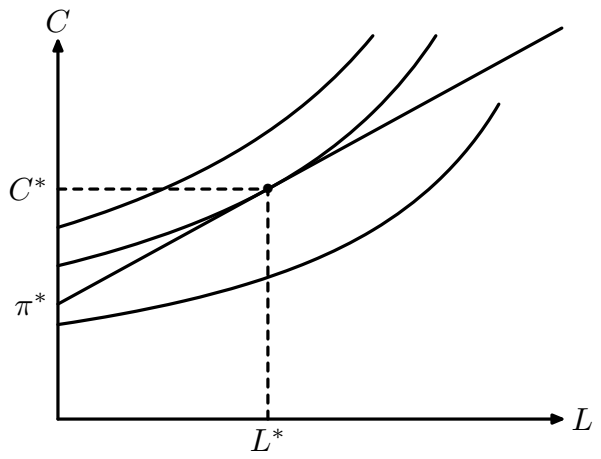
Haushaltsoptimum von Robinson (59)

Robinson als einziger Eigentümer der Firma bezieht ein Gewinneinkommen (den zuvor ermittelten maximalen Gewinn) π^*, sowie ein Lohneinkommen wL. Dieses Einkommen wird zum Kauf von Kokosnüssen verwandt (deren Preis gleich Eins ist).
Die Budgetbeschränkung von Robinson lautet folglich

$$C = \pi^* + wL$$

Auf dieser Budgetgeraden ist jener Punkt zu wählen, bei dem der Nutzen maximal ist, mithin eine Indifferenzkurve tangiert.

Nutzenmaximum von Robinson (60)



Unabhängige Planungen (61)

Ist der markträumende relative Lohnsatz w vorgegeben, so wie in den beiden voranstehenden Abbildungen, dann führen die Planungen der gewinnmaximierenden Firma und des nutzenmaximierenden Haushaltes zum gleichen Resultat wie die anfängliche zentrale Planung.
Erst bei vielen Markteilnehmern (sowohl Firmen wie Haushalten) und vielen Gütern (einschließlich Produktionsfaktoren) wird die prinzielle Möglichkeit der Koordinierung vieler privat dezentraler Pläne über Märkte zu einer echten Alternative zum zentralen Plan.

Gleichgewichtiger Lohnsatz (62)

In der Robinson Crusoe Wirtschaft gibt es zwei Märkte und zwei Marktteilnehmer (Robinson in der Rolle eines Unternehmers und in der Rolle eines Haushaltes).
Wegen des Gesetzes von Walras muss nur einer der beiden Märkte im Gleichgewicht sein, damit der andere ebenfalls im Gleichgewicht ist. Da wir den Preis für Kokosnüsse auf Eins normiert haben, bleibt nur der Arbeitsmarkt zur Preisbestimmung, dessen Angebots- und Nachfrageseite nun anhand eines Beispiels betrachtet werden.

Beispiel 4
Angenommen, die Nutzenfunktion von Robinson ist eine Produktnutzenfunk-

tion $u_R(C, L) = C(T - L)$, wobei $T = 1$ die Länge eines Tages (oder Woche) misst. Die Produktionsfunktion für Kokosnüsse sei $C = F(L) = 2(L)^{0.5}$.
Das Haushaltsoptimum von Robinson

$$\max_{C,\,L} C(1 - L) \quad \text{u d N} \quad C = \pi + wL$$

liefert eine Nachfragefunktion für Kokosnüsse und eine Arbeitsangebotsfunktion.
Die zugehörige Lagrangefunktion $\mathcal{L} = C(1 - L) - \lambda(C - \pi - wL)$ führt auf die Bedingungen erster Ordnung

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} = 1 - L - \lambda = 0 \tag{i}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = -C + \lambda w = 0 \tag{ii}$$

$$\pi + wL = C \tag{iii}$$

Aus (i) und (ii) ergibt sich $C = \lambda w = (1 - L)w$. Dies in die Budgetrestriktion (iii) eigesetzt liefert die Arbeitsangebotsfunktion sowie die Nachfrage nach Kokosnüssen

$$L^s = \frac{w - \pi}{2w} \quad \text{und} \quad C^d = \frac{w + \pi}{2}$$

Die Firma stellt konsumfertige Kokosnüsse her vermöge der Produktionsfunktion $C = 2L^{0.5}$ mit dem Ziel den Gewinn $\pi = C - wL$ zu maximieren.

$$\max_{L} \pi(L) = 2L^{0.5} - wL$$

Der (inputorientierte) Grenzgewinn muss Null sein, was zu

$$w = L^{-0.5} \quad \rightsquigarrow \quad L^d = \frac{1}{w^2}$$

als Arbeitsnachfrage führt. Die Güterangebotsfunktion ergibt sich durch Einsetzen in die Produktionsfunktion als $C^s = 2/w$.
Der von der Firma ausgeschüttete Gewinn in Einheiten des relativen Lohnes beläuft sich auf

$$\pi = 2L^{0.5} - wL = \frac{2}{w} - \frac{1}{w} = \frac{1}{w}$$

Im Arbeitsmarktgleichgewicht muss $L^d = L^s$ gelten, was zum gleichgewichtigen Lohn $w = \sqrt{3}$ führt.
Man sollte zu Hause prüfen, ob der Markt für Kokosnüsse bei diesem Lohnsatz auch wirklich geräumt wird.

Skalenerträge und dezentrale Planung (67)

Bei fallenden oder konstanten Skalenerträgen ist eine getrennte Planung der Produktion (in Firmen) und des Konsums (in Haushalten) möglich.
Bei steigenden Skalenerträgen ist dies aber nicht möglich. Man beachte, dass steigende Skalenerträge *nicht* mit der Marktform der vollkommenen Konkurrenz verträglich sind. Im Rahmen der allgemeinen Gleichgewichtstheorie stellen steigende Skalenerträge eine Nicht-Konvexität dar, die dazu führt, dass die Überschussnachfragefunktionen nicht stetig sind.

Produktion und Wohlfahrtstheoreme (68)

In einer Marktwirtschaft, in der nicht nur getauscht, sondern auch produziert wird, gilt auch das Erste Wohlfahrtstheorem wonach jedem Walrasgleichgewicht eine Pareto effiziente Allokation zugrunde liegt.
Die Voraussetzungen für seine Gültigkeit sind dieselben wie in einer reinen Tauschwirtschaft.
Auch das Zweite Wohlfahrtstheorem gilt in solchen Wirtschaften, ebenfalls mit der weitergehenden Einschränkung, dass sowohl die Nutzen- als auch die Produktionsfunktionen strikt (quasi-) konkav sind.

Verallgemeinerungen (69)

Die Robinson-Wirtschaft stellt den einfachsten Startpunkt für die Untersuchung von Wirtschaften mit Produktion und Tausch dar. Sie kann vor allem was die Zahl der Güter und der Marktteilnehmer anbelangt verallgemeinert werden (solange die Anzahl beider noch abzählbar bleibt). Weiter benötigen auch die Produktions- und Nutzenfunktionen keine explizite Gestalt (wie beispielsweise Cobb-Douglas Form), sondern lediglich allgemeine Eigenschaften, von denen die Konkavität die wichtigste ist.
Unsere Verallgemeinerungen betreffen zunächst die Anzahl der produzierten Güter (Kokosnüsse und Fisch) und anschließend die Anzahl der Haushalte (Robinson und Freitag).

Zwei Techniken mit fallenden Skalenerträgen (70)

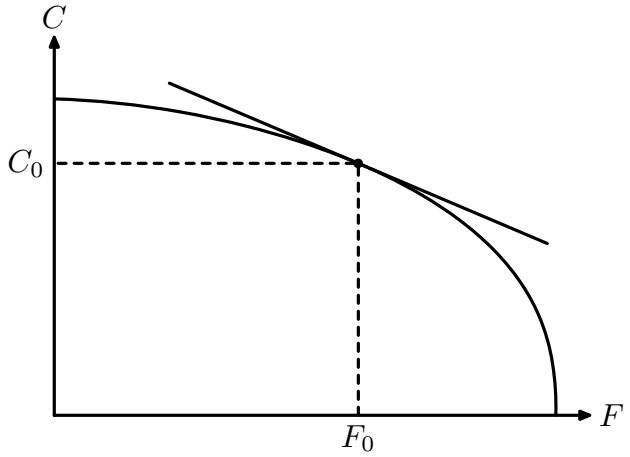
Angenommen, Robinson kann seine tägliche Arbeitszeit L auf zwei Aktivitäten aufteilen: er kann Fische jagen oder Kokosnüsse sammeln. Beide Aktivi-

täten weisen fallende Skalenerträge auf:

$$C = A\,(L_c)^a\,, \quad A > 0\,,\ 0 < a < 1 \qquad \text{(Sammeln)}$$
$$F = B\,(L_f)^b\,, \quad B > 0\,,\ 0 < b < 1 \qquad \text{(Jagen)}$$
$$L = L_f + L_c \qquad \text{(Zeitbudget)}$$

Dadurch wird eine implizite Funktion zwischen C und F definiert, die sogenannte Transformationskurve $T(C, F) = 0$, welche die Produktionsmöglichkeiten für C und F beschreibt, die Robinson durch Aufteilen seiner Arbeitszeit offenstehen.

Produktionsmöglichkeitsgrenze (71)



Grenzrate der Transformation MRT (72)

Die Steigung der Transformationskurve an einer Stelle — z.B. (F_0, C_0) — heißt Grenzrate der Transformation. Sie gibt an, auf wieviel Kokosnüsse Robinson verzichten muss, wenn er seine Arbeitszeit so umverteilt, dass er eine (kleine) Einheit Fisch mehr jagen kann. Die MRT ist ein Maß für die gesellschaftlichen Alternativkosten: pro Einheit Fisch muss auf MRT Einheiten Kokosnüsse verzichtet werden.
Die Gestalt der Transformationskurve wird maßgeblich durch die Produktionstechniken zur Herstellung der Güter beeinflusst, sowie durch die Verfügbarkeit der (Primär-) Inputs.

Transformationskurve bei konstanten Skalenerträgen (73)

Bei konstanten Skalenerträgen und einem einzigen Input ist die Transformationskurve linear. Angenommen, die beiden Produktionstechniken sind durch

$$C = aL_c \quad \text{und} \quad F = aL_f$$

gegeben. Auflösen nach L_c und L_f sowie Einsetzen in die Ressourcenbeschränkung $L_c + L_f = L$ ergibt

$$\frac{C}{a} + \frac{F}{b} = L$$

Dies ist offensichtlich eine Gerade mit Steigung $-a/b = MRT$ in der Güterebene.

Exkurs: klassische Arbeitswertlehre (74)

David Ricardo behauptet: Das Austauschverhältnis der Waren, welche sich mit Arbeit beliebig vermehren lassen, ist bestimmt durch die relativen Arbeitsquanta, die zu ihrer Herstellung erforderlich sind.
Dies ist der Kern der sogenannten klassischen Arbeitswertlehre, wonach die Preise der Güter, die beliebig reproduzierbar sind, nicht durch die Präferenzen der Nachfrager, sondern ausschließlich durch die zu ihrer Produktion direkt und indirekt notwendige Arbeit bestimmt werden.

Komparative Vorteile (75)

Angenommen, es gibt nun eine weitere Person mit dem Namen Freitag auf Robinsons Insel. Auch Freitag kann Fische fangen und Kokosnüsse sammeln, jedoch mit eigenen Produktionstechniken

$$C = cL_c \quad \text{und} \quad F = dL_f$$

Wenn nun Freitag verhältnismäßig mehr Fisch fangen kann als Robinson, dann hat er bei dieser Aktivität einen komparativen Vorteil.
Gibt es solche komparativen Vorteile, dann ist es für beide sinnvoll sich auf die Aktivität mit diesem zu spezialisieren. Dies ist also eine Erklärung für Arbeitsteilung.

$MRT = MRS$ (76)

Zu jedem Punkt auf der Transformationskurve gibt es eine Güterverteilung auf die Personen, sodass die Grenzrate der Transformation gleich der Grenzrate der Substitition aller Personen ist.

Dieser Zustand lässt sich auch durch privat dezentrale Planungen erreichen, welche über Konkurrenzmärkte koordiniert werden.

Krümmung der Transformationskurve (77)

Von der Krümmung der Transformationskurve hängt es ab, in welchem Intervall sich das Preisverhältnis zwischen den Gütern bewegen kann (wie flexibel die Preise sein können).
Im Falle linearer Techniken und einem Primärinput ist die Transformationskurve ebenfalls linear, d.h. das Tauschverhältnis ist konstant. Kommt Freitag mit anderen linearen Techniken ins Spiel, dann weist die Transformationskurve einen Knick auf, d.h. es gibt genau zwei verschiedene Preisverhältnisse in der Wirtschaft. Nun soll anhand eines Beispiels die Krümmung der Transformationskurve bei zwei substitutionalen Produktionsfunktionen untersucht werden.

Beispiel 5
Angenommen, die Ausstattung der Wirtschaft mit Produktionsfaktoren beträgt $\bar{L} = 10$ und $\bar{K} = 10$. Die Besitzverhältnisse sind für unsere Betrachtungen irrelevant. Die beiden Produktionsfunktionen lauten:

$$X_1 = K_1^{\frac{1}{2}} L_1^{\frac{1}{2}} \qquad\qquad X_2 = K_2^{\frac{1}{3}} L_2^{\frac{2}{3}}$$

Bei Vollbeschäftigung beider Faktoren muß gelten:

$$K_1 + K_2 = \bar{K} = 10 \qquad\qquad L_1 + L_2 = \bar{L} = 10$$

Entlang der Transformationskurve stimmen die Steigungen von je einer Isoquante für Gut 1 und Gut 2 überein:

$$\frac{\dfrac{\partial X_1}{\partial L_1}}{\dfrac{\partial X_1}{\partial K_1}} = \frac{\dfrac{\partial X_2}{\partial L_2}}{\dfrac{\partial X_2}{\partial K_2}}$$

Mittels der beiden Cobb-Douglas Produktionsfunktionen läßt sich diese Bedingung für eine optimale Faktorallokation explizit schreiben als

$$\frac{\dfrac{\partial X_1}{\partial L_1}}{\dfrac{\partial X_1}{\partial K_1}} = \frac{K_1}{L_1} = 2\,\frac{K_2}{L_2} = \frac{\dfrac{\partial X_2}{\partial L_2}}{\dfrac{\partial X_2}{\partial K_2}}$$

Werden die beiden Vollbeschäftigungsbedingungen eingesetzt, so ergibt sich zunächst eine Beziehung zwischen K_1 und L_1:

$$\frac{K_1}{L_1} = 2\,\frac{10 - K_1}{10 - L_1} \quad \rightsquigarrow \quad K_1 = \frac{20\,L_1}{10 + L_1}$$

Nun kann die erste Koordinatenfunktion der Transformationskurve berechnet werden, indem diese Beziehung in die Produktionsfunktion für Gut 1 eingesetzt wird:

$$X_1 = \left(\frac{20\,L_1}{10 + L_1}\right)^{\frac{1}{2}} L_1^{\frac{1}{2}} = L_1 \left(\frac{20}{10 + L_1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Die zweite Koordinatenfunktion ergibt sich, indem K_2 und L_2 entlang der Kontraktkurve durch L_1 ausgedrückt

$$\begin{aligned} K_2 &= 10 - K_1 = 10 - \frac{20\,L_1}{10 + L_1} = 10\,\frac{10 - L_1}{10 + L_1} \\ L_2 &= 10 - L_1 \end{aligned}$$

und in die Produktionsfunktion für das Gut 2 eingesetzt werden:

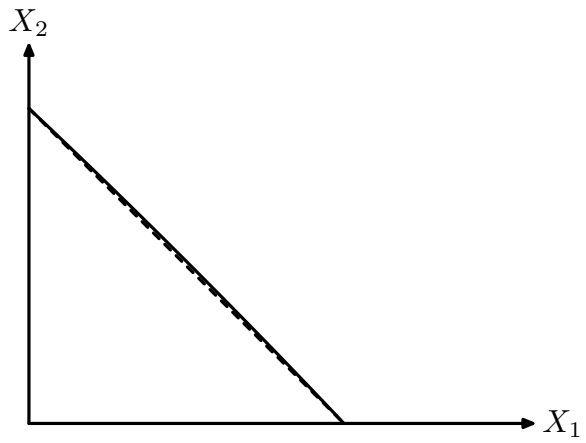
$$\begin{aligned} X_2 &= \left(10\,\frac{10 - L_1}{10 + L_1}\right)^{\frac{1}{3}} (10 - L_1)^{\frac{2}{3}} \\ &= (10 - L_1) \left(\frac{10}{10 + L_1}\right)^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Damit ist die Transformationskurve in Parameterdarstellung gegeben als

$$\left(t \left(\frac{20}{10 + t}\right)^{\frac{1}{2}},\ (10 - t) \left(\frac{10}{10 + t}\right)^{\frac{1}{3}}\right) \qquad 0 \le t \le 10$$

d.h. läuft der Parameter t von Null bis 10, dann bewegt man sich entlang der Transformationskurve.

Fast lineare Transformationskurve (83)


X_2
X_1

Wohlfahrt (84)

Eine Wohlfahrtsfunktion ist eine Vorschrift (Verfahrensweise) zur Aggregation individueller Präferenzen (oder Nutzenfunktionen).
Sie soll eine Rangordnung über unterschiedliche Verteilungen des Nutzens auf die Mitglieder einer Gesellschaft angeben.
Da jedoch interpersonelle Nutzenvergleiche unmöglich sind, gibt es mehrere konkurrierende Verfahren der Aggregation individueller Nutzen zum gesellschaftlichen Nutzen.

Abstimmungsparadoxon von Condorcet (85)

Demokratische Mehrheitsentscheidungen können unter Umständen inkonsistent sein. Im Falle der Aggregation von Präferenzen kann dies zu einer intransitiven Rangordnung führen, wie das Abstimmungsparadoxon von Condorcet zeigt.
Die Rangordnungen von drei Personen A, B und C über die Allokationen x, y und z sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

	A	B	C
1	x	y	z
2	z	x	y
3	y	z	x

Wird zunächst zwischen Alternative x und y abgestimmt, so erhält die Alternative y eine Stimme von B und C, also zwei Stimmen, während nur A für x stimmt. Damit wäre Alternative y mehrheitlich gewählt.
Wird statt dessen zwischen x und z abgestimmt, dann erhält die Alternative x zwei Stimmen (von A und B) und wäre gewählt.
Die Abstimmung zwischen y und z schließlich ergibt eine Stimmenmehrheit für z (eine Stimme von A und C).

Aggregation von Rangziffern (87)

Eine Alternative zur Abstimmung per Mehrheitsbeschluss besteht in der Addition von Rangziffern.
Aber auch diese führt im voranstehenden Beispiel zu einem Patt.

Anforderungen an eine Wohlfahrtsfunktion (88)

- Sind die individuellen Präferenzen vollständig, reflexiv und transitiv, dann sollte die soziale Wohlfahrtsfunktion ebenfalls diese Eigenschaften besitzen.

- Wenn alle Mitglieder der Gesellschaft die Allokation x gegenüber y vorziehen, dann sollte dies auch in der Wohlfahrtsfunktion so sein.
- Die gesellschaftliche Präferenzordnung zwischen x und y sollte nur davon abhängen, wie die Mitglieder diese beiden Allokationen einstufen und *nicht* wie sie etwaige alternative Allokationen (z.B. z) bewerten.

Theorem von Arrow (89)

Wenn eine gesellschaftliche Wohlfahrtsfunktion die drei genannten Eigenschaften aufweist, dann ist es die Nutzenfunktion eines Diktators (d.h. einer einzelnen Person).
Das Theorem von Arrow ist auch als Arrows Unmöglichkeitstheorem bekannt. Es wird dabei eine vierte Eigenschaft gefordert: die gesellschaftliche Präferenzordnung muss von allen individuellen beeinflusst werden. Damit ergibt sich die Folgerung: Es gibt keine gesellschaftliche Wohlfahrtsfunktion, welche alle vier Eigenschaften erfüllt.

Soziale Wohlfahrtsfunktionen (90)

Die individuellen Nutzenfunktionen werden mit u_i bezeichnet und sind ordinal, so wie bereits im Rahmen der Haushaltstheorie diskutiert (d.h. sie sind bestimmt bis auf eine monotone Transformation). Wenn Person i die Allokation x gegenüber y bevorzugt, gilt $u_i(x) > u_i(y)$.
Eine gesellschaftliche Wohlfahrtsfunktion W ordnet — ebenfalls in ordinaler Weise — den Nutzen aller Individuen einen gesellschaftlichen Nutzenindex zu

$$W(u_1,\, u_2,\, \ldots,\, u_n)$$

Monotonie der Wohlfahrtsfunktion (91)

Falls alle Individuen die Allokation x gegenüber y präferieren, dann soll dies auch durch W angezeigt werden:

$$x \succ_i y \; \forall i \quad \Longrightarrow \quad W(u_1(x),\, \ldots,\, u_n(x)) > W\left(u_1(y),\, \ldots,\, u_n(y)\right)$$

Wohlfahrtsfunktion nach Bentham (92)

Eine einfache Form für W ist die Summe über alle u_i

$$W(u_1,\, u_2,\, \ldots,\, u_n) = \sum_{i=1}^{n} u_i$$

welche unter dem Namen *utilitaristische* oder *Bentham*sche Wohlfahrtsfunktion bekannt ist. Eine Verallgemeinerung besteht in der gewichteten Summe aller individuellen Nutzenindizes

$$W(u_1,\, u_2,\, \ldots,\, u_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i u_i \;, \quad a_i > 0$$

Wohlfahrtsfunktion nach Rawls (93)

Eine (diktatorische) Wohlfahrtsfunktion ist

$$W(u_1,\, u_2,\, \ldots,\, u_n) = \min\{u_1,\, u_2,\, \ldots,\, u_n\}$$

d.h. die gesellschaftliche Wohlfahrt wird bestimmt durch den Nutzen der am meisten benachteiligten Person.
Begründet wird diese Form durch eine Metaentscheidung der Gesellschaft hinter einem „Schleier des Nichtwissens“.

Medianwähler (94)

Eine weitere diktatorische Wohlfahrtsfunktion ist die Nutzenfunktion des sogenannten Medianwählers u_m. In einer repräsentativen Demokratie wird die gesellschaftliche Willensbildung maßgeblich durch politische Parteien beeinflusst. Diese müssen, um Mehrheiten zu erlangen, Parteiprogramme formulieren, die die Präferenzen des „Züngleins an der Waage“ widerspiegeln.

Individualistische Wohlfahrtsfunktionen (95)

Wenn die individuellen Nutzenfunktionen u_i, die als Argumente in die Wohlfahrtsfuntion eingehen, nur vom jeweiligen Privatbesitz x_i beeinflusst werden, dann spricht man von individualistischen Wohlfahrtsfunktionen oder solchen vom Bergson-Samuelson Typ.

$$W = W\left(u_1(x_1), u_2(x_2), \ldots, u_n(x_n)\right)$$

Neidfreiheit einer Güterverteilung (96)

Eine Güterverteilung auf die Mitglieder einer Gesellschaft ist neidfrei, wenn durch Auswechseln der Güterbündel zwischen zwei beliebigen Personen i und j kein Wohlfahrtszuwachs entsteht.
Wird von einer anfänglichen Gleichverteilung der Güter ausgegangen, dann führt ein Tausch unter Konkurrenz zu einer neidfreien Güterverteilung.

Kriterium von Nozick (97)

Die bisherigen Betrachtungen setzten an einer gegebenen Güterverteilung an. Das Gerechtigkeitskriterium von Nozick ist dagegen verlaufsorientiert: Nur solche Güterverteilungen sind als gerecht anzusehen, welche durch einen allseits freiwilligen und gewaltfreien Mechanismus zustande gekommen sind.

Externe Effekte (98)

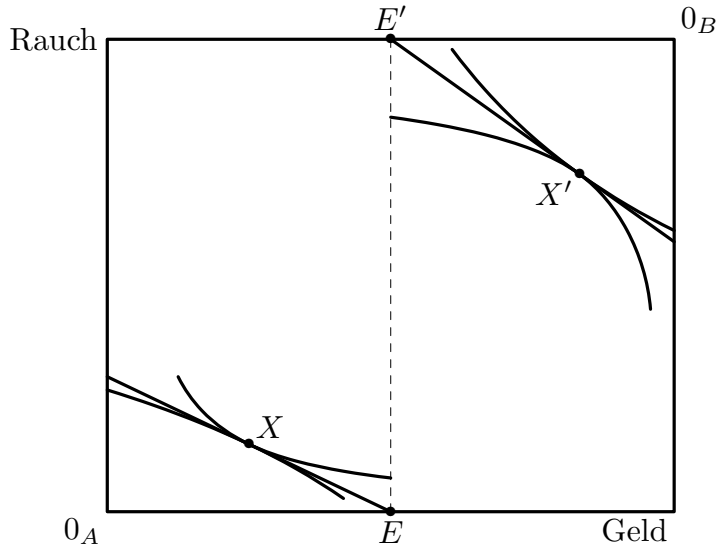
Man unterscheidet externe Effekte im Konsum und solche in der Produktion. Beispiele für externe Effekte:

- Wasserverschmutzung einer Papierfabrik beeinträchtigt die Fischerei,
- Apfelplantage beeinflusst den Honigertrag eines Imkers,
- Zigarrenrauch im Restaurant schmälert den Genuss,
- die Blumen in Nachbars Garten, etc.

Externe Effekte = fehlende Märkte (99)

Das wesentliche Merkmal bei externen Effekten ist, dass es Güter (oder Übel) sind, welche die Produktion oder den Konsum beeinflussen und für die es *keine* Märkte gibt.
Falls externe Effekte vorliegen, haben Konkurrenzmärkte nicht die genannten Wohlfahrtseigenschaften.

Raucher und Nichtraucher (100)



Eigentumsrechte und externe Effekte (101)

Falls die Eigentumsrechte klar geregelt sind — beispielsweise ein genereller Schutz der Nichtraucher — dann kann der Preismechanismus eine Pareto effiziente Verteilung der Güter herbeiführen, einschliesslich derjenigen Güter, die externe Effekte verursachen.
Alle praktischen Komplikationen beim Vorliegen externer Effekte resultieren meist aus nicht präzise definierten Eigentumsrechten.

Externalitäten in der Produktion (102)

Ein typisches Beispiel eines (negativen) externen Effektes in der Produktion ist die Wasserverschnutzung eines Oberliegers, welche die Unterlieger hinnehmen müssen.

Beispiel 6
Angenommen, ein Stahlwerk produziert mit der Kostenfunktion

$$c_s(s,x) \quad \text{wobei} \quad \frac{\partial c_s}{\partial s} > 0\,,\, \frac{\partial c_s}{\partial x} \leq 0$$

Seine Kosten steigen mit der Stahlproduktion s und fallen mit der Wasserverschmutzung x.

Unterhalb des Stahlwerkes gibt es einen Fischfangbetrieb mit der Kostenfunktion

$$c_f(f,x) \quad \text{wobei} \quad \frac{\partial c_f}{\partial f} > 0\,,\, \frac{\partial c_f}{\partial x} > 0$$

Beide Firmen maximieren ihren Gewinn, wobei das Stahlwerk sowohl seinen marktfähigen Output s als auch die Emission x wählen kann, während die Fischerei nur ihren marktfähigen Output f wählen kann.

$$\max_{s,x} p_s s - c_s(s,x) \quad \text{und} \quad \max_{f} p_f f - c_f(f,x)$$

Optimale Produktionspläne (104)

Die (outputorientierten) Bedingungen für ein Gewinnmaximum des Stahlwerkes lauten

$$p_s = \frac{\partial c_s}{\partial s} \quad \text{und} \quad 0 = \frac{\partial c_s}{\partial x}$$

und für die Fischerei ergibt sich

$$p_f = \frac{\partial c_f}{\partial f}$$

Jeder Output (einschließlich der Wasserverschmutzung) wird in der Menge produziert, dass die Grenzkosten gleich dem Preis sind. Die Wasserverschmutzung hat einen Preis von Null.

Gemeinsames Gewinnmaximum (105)

Angenommen, beide Firmen fusionieren, dann ist der gemeinsame Gewinn gegeben durch

$$p_s s + p_f f - c_s(s, x) - c_f(f, x)$$

und er wird maximal, wenn gilt:

$$\begin{aligned} p_s &= \frac{\partial c_s}{\partial s} \\ p_f &= \frac{\partial c_f}{\partial f} \\ 0 &= \frac{\partial c_s}{\partial x} + \frac{\partial c_f}{\partial x} \end{aligned}$$

Internalisierung des externen Effektes (106)

In der fusionierten Firma ist der externe Effekt der Verschmutzung internalisiert. Es wird beim gemeinsamen Gewinnmaximum die Bedingung

$$\frac{\partial c_s}{\partial x} = -\frac{\partial c_f}{\partial x} > 0$$

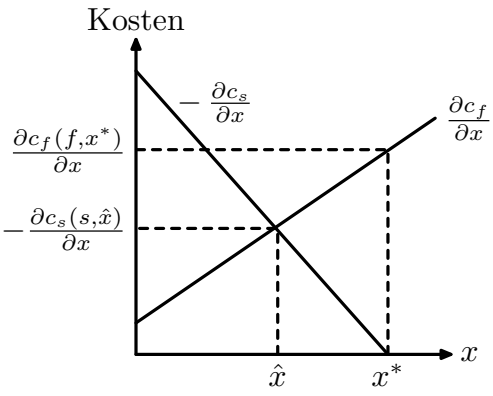
eingehalten, während bei der einzelnen Gewinnmaximierung gilt

$$\frac{\partial c_s}{\partial x} = 0$$

Private und gesellschaftliche Kosten (107)

Marktinduzierte Fusion (108)

Durch koordinierte Produktionsplanung in der fusionierten Firma wird — bei nicht perversen Kostenfunktionen — der Gewinn größer sein als die Gewinne bei getrennter Planung.
Das Streben nach maximalem Gewinn ist daher ein Anreiz zur Internalisierung des externen Effektes.



Pigou-Steuer (109)

Die Stahlfabrik sieht sich dem falschen Preis für die Verschmutzung gegenüber. Der Staat könnte regulierend eingreifen und eine Steuer erheben, deren Bemessungsgrundlage x ist. Dadurch ergibt sich als neue Zielfunktion der Firma

$$\max_{s,x} p_s s - c_s(s,x) - tx$$

mit den Bedingungen erster Ordnung

$$p_s = \frac{\partial c_s}{\partial s} \quad \text{und} \quad t = \frac{\partial c_s}{\partial x}$$

Damit der externe Effekt vollständig internalisiert wird, müsste der Steuersatz so gewählt werden, dass gilt

$$t = \frac{\partial c_s(\hat{s},\hat{x}}{\partial x}$$

Das Problem besteht in der korrekten Bestimmung des Steuersatzes. Wenn der Staat ihn kennt, dann könnte er auch der Stahlfabrik direkt das Outputniveau $\hat{x}$ vorschreiben.

Zertifikat-Lösung (111)

Es fehlt der Markt für die Wasserverschmutzung. Die Externalität ergibt sich nach dieser Interpretation dadurch, dass das Stahlwerk ein Produkt x herstellt, das eigentlich niemand haben möchte.
Angenommen, die Eigentumsrechte sichern der Fischerei sauberes Wasser zu. Dann kann das Stahlwerk sich das Recht auf Wasserverschmutzung zum Preis

von q pro Einheit erkaufen. Die Zielfunktionen lauten in diesem Fall

$$\max_{s,x} p_s s - qx - c_s(s,x) \quad \text{und} \quad \max_{f,x} p_f f + qx - c_f(f,x)$$

Die Bedingungen erster Ordnung sind nun

$$\begin{aligned} p_s &= \frac{\partial c_s}{\partial s} \\ q &= -\frac{\partial c_s}{\partial x} \\ p_f &= \frac{\partial c_f}{\partial f} \\ q &= \frac{\partial c_f}{\partial x} \end{aligned}$$

und es ergibt sich dieselbe Lösung wie im Falle der fusionierten Firmen.

Coase-Theorem (113)

Falls umgekehrt das Stahlwerk ein Recht auf Wasserverschmutzung bis zum maximalen Grad $\bar{x}$ besitzt, kann die Fischerei eine Zahlung an das Stahlwerk leisten, um die Verschmutzung zu verringern.
In diesem Fall lauten die beiden Gewinnfunktionen

$$\max_{s,x} p_s s + q(\bar{x} - x) - c_s(s,x) \quad \text{und} \quad \max_{f,x} p_f f - q(\bar{x} - x) - c_f(f,x)$$

mit den gleichen Bedingungen ersten Ordnung wie im ersten Fall.
Die voranstehenden Resultate sind ein Beispiel für das sogenannte Coase-Theorem.

Überbeanspruchung öffentlichen Eigentums (114)

Betrachtet wird ein ländliches Gemeinwesen, zu dem eine Viehweide gehört. Zunächst ist unterstellt, dass diese Weide im Privatbesitz eines Bauern ist, anschließend wird der Fall betrachtet, dass diese Weide Gemeindeeigentum ist und von allen kostenlos genutzt werden kann.
Die Kosten einer Milchkuh belaufen sich auf a und wenn c Kühe auf der Weide grasen ist der Milchertrag durch $f(c)$ gegeben. Der Privatbesitzer wird so viele Kühe auf seine Weide lassen, dass sein Gewinn maximal wird.

$$\max_{c} f(c) - ac \quad \rightsquigarrow \quad f'(c^*) = a \quad \text{bzw} \quad MP(c^*) = MC(c^*)$$

Angenommen, die Weide ist nun allgemein verfügbar, also Gemeindeeigentum.

Falls bereits c Kühe auf der Weide sind, kalkuliert ein repräsentativer Bürger der Gemeinde nun folgendermaßen: Eine Kuh kostet mich a, wenn ich sie zu den anderen auf die Weide bringe, erhalte ich $f(c+1)/(c+1)$ Milchertrag. Solange

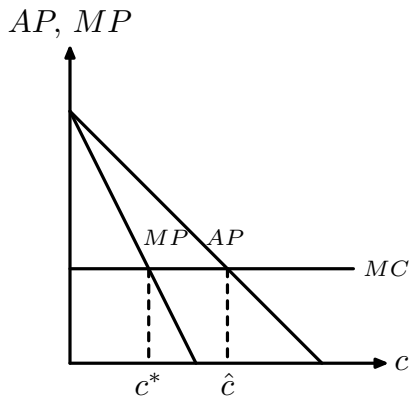
$$\frac{f(c+1)}{c+1} > a$$

lohnt sich für mich die Anschaffung einer Kuh.
Daher wird die Anzahl $\hat{c}$ der Kühe auf der gemeinschaftlich genutzten Weide so gewählt, dass gilt

$$\frac{f(\hat{c})}{\hat{c}} = a \quad \text{bzw} \quad AP(\hat{c}) = MC(\hat{c})$$

Die Bürger, die zusätzliche Kühe zur Weide bringen, erzeugen bei den bereits vorhandenen gesellschaftliche Kosten in Form eines geringeren durchschnittlichen Milchertrages. Diese gesellschaftlichen Kosten ziehen sie aber nicht ins Kalkül.
Durch die Übernutzung des Gemeindeeigentums entsteht ein negativer externer Effekt, welcher bei Privateigentum nicht vorliegt.

Tragödie der Allmende (117)



Informationstechnik (IT) (118)

Die heutige Informationstechnik wird verschiedentlich auch als Grundlage einer grundlegend neuen Wirtschaftsweise angesehen. Die Bits, um die es geht

- können praktisch kostenlos reproduziert
- und mit Lichtgeschwindigkeit (also ohne Verzögerung) an jeden Ort geschickt werden.

Diese beiden Gütereigenschaften unterscheidet die IT-Branche grundlegend von herkömmlichen.
Nicht die Gütereigenschaften von Bits an sich sind Gegenstand ökonomischer Betrachtungen, sondern wie wir Menschen — als Marktteilnehmer — damit umgehen.
Daher reicht das vorhandene Instrumentarium aus, um diesen besonderen Markt zu untersuchen. Behandelt werden

- Umstellungskosten
- Netzwerkexternalitäten
- Verwertungsrechte

Hard- und Softwarekomponenten sind Komplemente (120)

Ein Rechner ist eine Maschine, bei der viele elektronische Bauteile (CPU, Graphik-Karte, Bildschirm, Ethernet-Karte etc.) sowie Software (ihrerseits stark modularisiert) zusammenwirken müssen, um einen Nutzeffekt zu erreichen.
Diese Teile werden von verschiedenen Herstellern angeboten und sind aus Sicht der Benutzer komplementäre Güter.
Der Wechsel von einem System zu einem anderen ist mit teilweise großen Umstellungskosten verbunden. Diese Umstellungskosten können dazu führen, dass die Benutzer auf Gedeih und Verderb an einen bestimmten Hersteller gebunden sind.

Hersteller- bzw. Anbieter-Abhängigkeit (121)

Betrachte einen ISP, bei dem die monatlichen Kosten seiner Dienste c pro Kunden betragen. Ist der Markt für Internet-Dienste durch vollständige Konkurrenz gekennzeichnet, wird der Preis gleich diesen Kosten sein: $p = c$.

Gibt es hingegen Umstellungskosten in Höhe von s beim Kunden und kann der ISP einen Einstiegsrabatt in Höhe von d gewähren, dann wird sich ein anderer Preis einstellen.

Kalkulation eines ISP-Kunden (122)

Ein potentieller neuer Kunde des ISP hat im ersten Monat $p - d$ zu zahlen und anschließend monatlich p. Im Falle eines Wechsels zu einem anderen ISP fallen Kosten in Höhe von s an. Der Wechsel zu einem anderen ISP erfolgt, wenn der Gegenwartswert der Kosten des Wechselns den des Verbleibens unterschreitet

$$(p - d) + \frac{p}{r} + s < p + \frac{p}{r}$$

wobei r den monatlichen Zinssatz angibt.
Der Wettbewerb zwischen den ISPs führt dazu, dass die Kunden indifferent zwischen Verbleib und Wechsel sind, also $d = s$ gilt.

Kalkulation eines ISP (123)

Auf der Anbieterseite wird unterstellt, dass der Wettbewerb den Gegenwartswert der monatlichen Gewinne auf Null drückt. Daher gilt

$$(p - d) - c + \frac{p - c}{r} = 0$$

Daher beläuft sich der Preis für ISP-Dienste auf

$$p = c + \frac{r}{1 + r}\, s \quad \text{da} \quad s = d$$

Der Preis ergibt sich als Aufschlag auf die (Grenz-) Kosten c. Der Aufschlag ist proportional zum Rabatt d bzw. zu den Umstellungskosten s.

Netzwerkeffekte (124)

Netzwerkeffekte stellen eine besondere Form der positiven Effekte dar. Je weiter verbreitet ein Gut ist (je mehr Wirtschaftssubjekte es benutzen), desto höher ist der Nutzen für jeden einzelnen Nutzer. Die Netzwerkeffekte sind in der IT sehr oft anzutreffen.

- Faxgreäte
- Email, HTTP, FTP, ...
- Internetbörsen

sind Beispiele dafür.

Nachfrage mit Netzwerkeffekt (125)

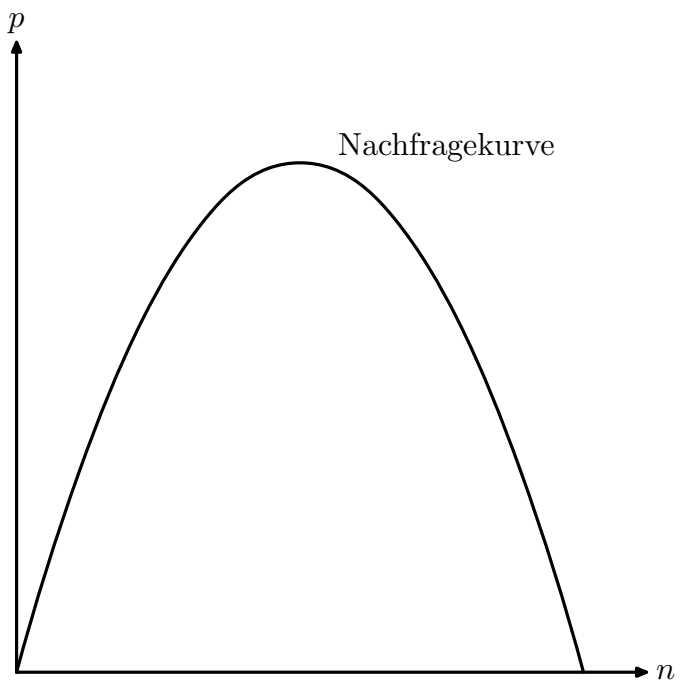
Angenommen, es gibt insgesamt 1000 Nachfrager, welche mit $v = 1, 2, \ldots 1000$ nummeriert sind. Der Index v gibt zugleich den Reservationspreis von Person v an. Beträgt der Preis des Gutes p, dann sind $1000 - p$ Personen bereit zu kaufen. Dies wäre die normal verlaufende Nachfragekurve eines Gutes ohne Netzwerkeffekt.
Falls nun aber Person v die maximale Zahlungsbereitschaft vn hat, wobei n die Anzahl der insgesamt genutzen Güter (Verbraucher) ist, ergibt sich eine andere Nachfragekurve.
Wenn der Preis p beträgt und die Person $\hat{v}$ diesen Reservationspreis hat, gilt $p = \hat{v}n$ und die Anzahl der Konsumenten beläuft sich auf

$$n = 1000 - \hat{v}$$

Daraus ergibt sich die Nachfragekurve

$$p = n(1000 - n)$$

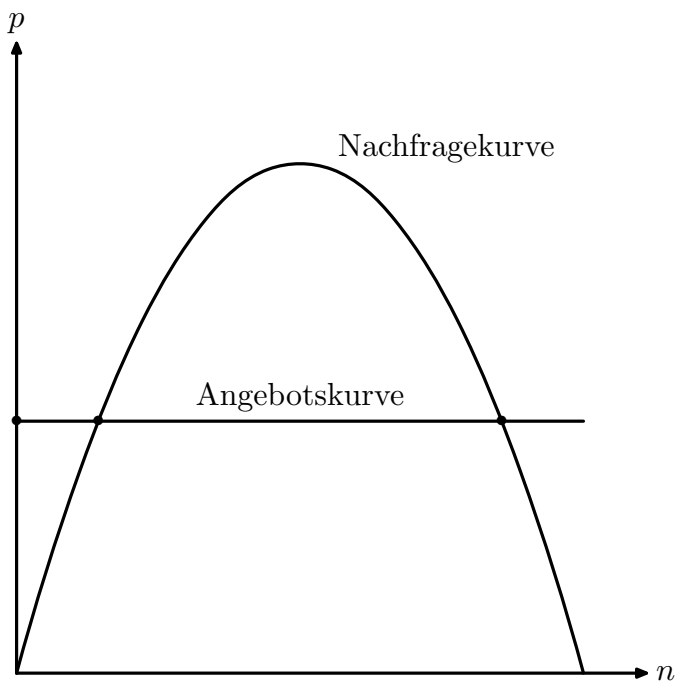
Nachfragekurve mit Netzwerkeffekt (127)



Angebot (128)

Die Angebotskurve unterliegt keinem Netzwerkeffekt. Sie wird ausschließlich durch die Produktionskosten bestimmt. Sie soll eine horizontale Linie sein (d.h. es gibt konstante Skalenerträge bzw. konstante Grenzkosten).

Marktgleichgewichte bei Netzwerkeffekten (129)



Multiple Gleichgewichte (130)

Es gibt im vorigen Beispiel drei Gleichgewichte:

- bei $n = 0$ liegt eines bei pessimistischen Erwartungen vor,
- im unteren Bereich, bei kleinem n_K, ist zwar die Zahlungsbereitschaft groß, jedoch wegen der geringen Nutzerzahl der Netzwerkeffekt klein
- im oberen Bereich gibt es ein drittes Gleichgewicht mit n_H Nutzern.

Multiple Gleichgewichte sind bei Märkten mit Netzwerkeffekten typisch. Welches sich schlussendlich einstellt ist unklar.

Marktdynamik (131)

Wenn die Nachfrager mehr als den Preis zu zahlen bereit sind, wird sich die Anzahl der Nutzer vergrößern, andernfalls wird sie kleiner. Mit dieser Überlegung zur Marktdynamik lässt sich folgern, dass n im Laufe der Zeit steigt, solange die Nachfragekurve oberhalb der Angebotskurve verläuft. Im umgekehrten Fall (Nachfragekurve unterhalb der Angebotskurve) wird n sinken.
Angesichts dieser Veränderungen der Nutzer im Laufe der Zeit ist das mittlere Gleichgewicht instabil. Es ist langfristig entweder $n = 0$ oder $n = n_H$ zu erwarten.

Kritische Masse (132)

Die Anzahl n_K der Nutzer ist eine kritische Masse. Wird sie (für eine gewisse Zeit) überschritten, dann wird sich ein Netzwerk dauerhaft etablieren.
Die Anbieter eines Gutes mit einem Netzwerkeffekt werden bestebt sein schon in der Einführungsphase des Gutes diese kritische Masse zu erreichen, durch

- (fast) kostenlose Abgabe
- Einflussnahme in Standardisierungsgremien
- Verzicht auf Kopierschutz
- stillschweigende Hinnahme von Copyright-Verletzungen etc.

Management von Verwertungsrechten (133)

Das amerikanische Copyright unterscheidet sich wesentlich vom deutschen. Hierzulande ist es beispielsweise erlaubt von einer legal erworbenen DVD (oder CD) eine Kopie für den eigenen Gebrauch anzufertigen. In den USA ist dies meines Wissens nicht erlaubt. Verfeinerte Modelle der betreffenden Märkte sollten diesen Unterschieden Rechnung tragen.

Gewerbsmäßige Raubkopien (134)

Betrachtet wird eine repräsentative Firma, die Raubkopien von CDs herstellt. Die Produktionskosten sind Null und im Falle der Entdeckung ist eine Strafe in Höhe von F zu entrichten. Die Wahrscheinlichkeit entdeckt zu werden wird durch eine Dichtefunktion $\pi(x)$ beschrieben, wobei x die Anzahl der Raubkopien bezeichnet. Kopien sind nicht von Originalen zu unterscheiden und werden zum Preis p angeboten.
Der erwartete Gewinn der Firma beläuft sich auf

$$(1 - \pi(x))\, px - \pi(x)F$$

Gewinnmaximum der Raubkopierer (135)

Der Gewinn der repräsentativen Firma wird maximal bei einer Produktion

$$(1-\pi(x))\,p - \pi'(x)px - \pi'(x)F = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{p}{px+F} = \frac{\pi'(x)}{1-\pi(x)}$$

Wird freier Marktzutritt unterstellt, wird der erwartete Gewinn der Raubkopierer auf Null sinken, d.h. $(1-\pi(x))\,px - \pi(x)F = 0$. Dies führt zusammen mit der Bedingung erster Ordnung zu

$$x^* = \frac{\pi(x^*)(1-\pi(x^*))}{\pi'(x^*)}$$

einem Ausdruck, der unabhängig von der Strafe F ist.

Marktpreis der Raubkopien (137)

Da die gewinnmaximale Produktion x^* eines repräsentativen Raubkopierers bekannt ist, ergibt sich aus der Null-Gewinn-Bedingung als Preis

$$p^* = \frac{\pi(x^*)}{(1-\pi(x^*))x^*}\,F$$

Entscheidung des Produktentwicklers (138)

Der Entwickler will mindestens seine Kosten K durch seinen Erlös decken. Er wird daher angesichts der Preisabsatzfunktion $D(p)$ prüfen, ob $pD(p) \geq K$ gilt. Der Preis wird jedoch durch die (potentiellen) Raubkopierer bestimmt. Daher wird er nur dann produzieren, wenn

$$\frac{\pi(x^*)}{(1-\pi(x^*))x^*}\,FD(p^*) \geq K \quad \text{bzw} \quad \pi F \geq (1-\pi)\frac{x^*}{D(p^*)}\,K$$

gilt.

Asymmetrische Information (139)

Ungleiche (oder asymmetrische) Verteilung der Information auf die Marktteilnehmer führt zu Erscheinungen, welche durch die traditionelle Mikroökonomik — welche vollständige Information unterstellt — nicht hinreichend erklärt werden können. Wir betrachten

- Adverse Selection (hidden information)
- Moral Hazard (hidden action)
- Signaling
- Anreizmechanismen

Negativauslese (140)

Angenommen, auf einem Markt für Gebrauchtwagen gibt es 100 Anbieter, von denen die Hälfte ein (fast) schrottreifes Auto anbietet, der Rest will Gebrauchtwagen mit guter Qualität verkaufen. Die 100 Nachfrager können die Qualität nicht erkennen. Sie sind bereit für ein Auto schlechter Qualität 1200 € und für eines guter Qualität 2400 € zu zahlen. Die Reservationspreise der Anbieter betragen 1000 € und 2000 €.
Ein Nachfrager (der die Qualität nicht kennt) wird bereit sein gerade den Durchschnitt seiner Reservationspreise zu zahlen

$$0.5\,(1200\,€) + 0.5\,(2400\,€) = 1800\,€$$

Zu diesem Preis sind jedoch die Besitzer der Gebrauchtwagen guter Qualität nicht bereit zu verkaufen.
Die schlechte Qualität verdrängt die gute und auf dem Markt für Gebrauchtwagen wird ein Preis zwischen 1000 € und 1200 € zustande kommen.
Jeder Anbieter eines Autos mit schlechter Qualität erzeugt einen negativen externen Effekt bei den Anbietern guter Qualität, da er die durchschnittliche Qualität drückt.
Nur wenn der Anteil q der schlechten Grbrauchtwagen kleiner als 1/3 ist, wird auch ein Angebot guter Qualität unterbreitet:

$$1200q + (1-q)2400 \geq 2000 \quad \rightsquigarrow \quad q > \frac{1}{3}$$

Adverse Selection auf Versicherungsmärkten (142)

Betrachte einen Versicherer, der Diebstahlsversicherungen für Fahrräder anbietet. Es gibt Regionen mit großer Anzahl von Diebstählen und solche mit geringer Anzahl. Würde sich die Versicherungsprämie an der durchschnittlichen Häufigkeit der Diebstähle orientieren, dann kämen nur Verträge in der Region mit der großen Anzahl der Diebstähle zustande und der Versicherer würde einen Verlust machen. Sinnvoll ist es daher,

- entweder für die beiden Regionen unterschiedliche Versicherungsprämien zu verlangen,
- oder eine Zwangsversicherung einzuführen.

Moral Hazard (143)

Moral Hazard bezeichnet eine Verhaltensweise von Versicherten — meist mangelnde Sorgfalt — die den Eintritt des Versicherungsfalls wahrscheinlicher macht. Da mangelnde Vorsicht in aller Regel nicht vom Versicherer beobachtet werden kann, spricht man auch von „hidden action“.
Beispiel: Diebstahlsversicherung für Fahrräder führt dazu, dass die Fahrräder nur noch nachlässig angeschlossen werden.

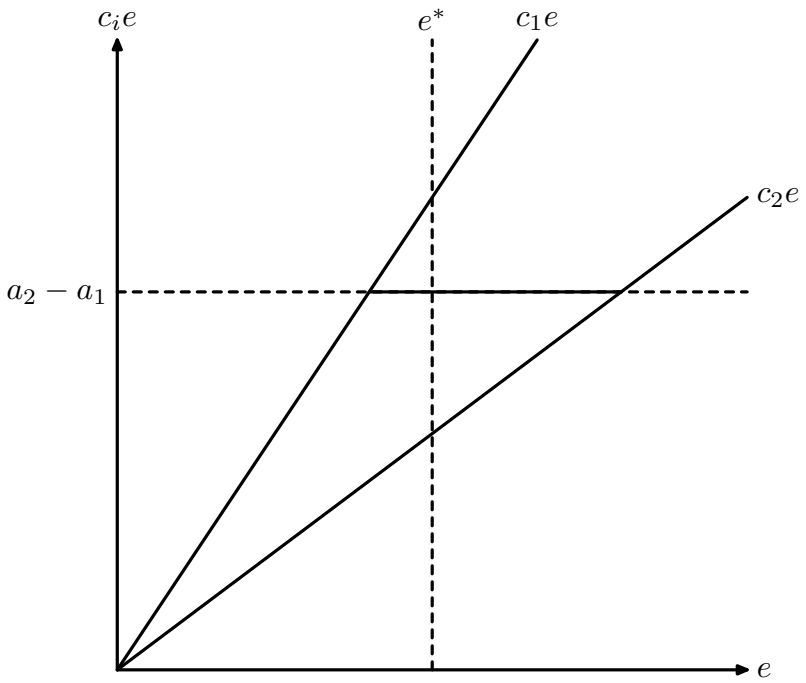
Signale (144)

Betrachtet wird eine Wirtschaft mit zwei Arten von Arbeitskräften:

- gering Befähigte haben eine Grenzproduktivität a_1
- Fähige haben eine Grenzproduktivität $a_2 > a_1$.

Der Anteil der Fähigen beträgt b.
Falls die Firmen die Produktivität beobachten können, wird der Lohn der Fähigen a_2 betragen, der Lohn der anderen a_1 und das Gleichgewicht ist effizient.
Falls die Produktivität jedoch nicht beobachtbar ist, werden die Firmen einen Durchschnittslohn $(1-b)a_1 + ba_2$ zahlen. Solange die Arbeitskräfte damit zufrieden sind, wird es keine Negativauslese geben.
Allerdings haben die fähigen Arbeiter einen Anreiz sich durch irgendein Signal von der übrigen zu unterscheiden, um damit in den Genuss des höheren Lohnes a_2 zu kommen. Dieses Signal soll in Ausbildung e bestehen, die keinerlei Beziehung zur Produktivität hat (Kurse im Blumenstecken beispielsweise). Die weniger fähigen Arbeiter haben Bildungskosten c_1 und die fähigen $c_2 < c_1$.

Trenngleichgewichte (146)



Die fähigen Arbeiter wählen ein Bildungsniveau e^* irgendwo im Intervall

$$\frac{a_2 - a_1}{c_1} < e^* < \frac{a_2 - a_1}{c_2}$$

während die weniger fähigen Arbeiter $e = 0$ wählen. Mit dem Bildungszertifikat ist ein Signal gegeben, das es den Firmen gestattet den fähigen Arbeitern den Lohn a_2 zu zahlen und den anderen a_1.
Es gibt ein Kontinuum von Trenngleichgewichten.

Anreizmechanismen (148)

Betrachtet wird ein Grundbesitzer, der einen Arbeiter (Pächter) beauftragt seinen Besitz zu bewirtschaften. Wie kann der Grundbesitzer erreichen, dass der Arbeiter in seinem Sinne handelt?
Mit x wird die Arbeitsanstrengung bezeichnet und mit y der Output, dessen Preis gleich Eins gesetzt ist. Der Output (= Ertrag) ist eine neoklassische Ertragsfunktion $y = f(x)$. Obige Frage bezieht sich darauf, welche Entlohnungsform $s(y)$ der Grundbesitzer wählen soll, damit sein Gewinn $y - s(y)$ maximal wird.

Partizipationsbedingung (149)

Der Arbeiter sieht sich einer Kostenfunktion $c(x)$ gegenüber, welche sein Grenzleid der Anstrengung beschreibt. Die Kostenfunktion ist monoton steigend und konvex ($c' > 0$ und $c'' > 0$).
Die Nutzenfunktion des Arbeiters

$$s(y) - c(x) = s\left(f(x)\right) - c(x)$$

kann in Einheiten seiner Anstrengung formuliert werden. Der Arbeiter kann durch alternative Aktivitäten (Freizeit, andere Beschäftigung) ein Nutzenniveau $\bar{u}$ erreichen. Daher muss die Partizipationsbedingung $s\left(f(x)\right) - c(x) \geq \bar{u}$ erfüllt sein.

Entscheidungsproblem des Grundbesitzers (150)

Der Grundbesitzer will, dass der Pächter mit einer Anstrengung x arbeitet, sodass sein Gewinn maximal wird unter Beachtung der Partizipationsbedingung:

$$\max_x f(x) - s\left(f(x)\right) \quad \text{u d N} \quad s\left(f(x)\right) - c(x) \geq \bar{u}$$

Da der Gewinn nicht maximal sein kann, wenn in der Partizipationsbedingung das $>$ gilt, können wir stets $=$ unterstellen und sie benutzen, um die Entlohnungsfunktion s zu eliminieren:

$$\max_x f(x) - c(x) - \bar{u}$$

Anreizverträglichkeitsbedingung (151)

Die optimale Anstrengung x^* ist jene bei der $f' - c' = 0$ oder $MP(x^*) = MC(x^*)$ erfüllt ist.
Jede andere Anstrengung x schmälert den Gewinn des Grundbesitzers. Nun ist das Entlohnungsschema $s(f(x))$ so zu wählen, dass es auch im Interesse des Arbeiters ist, gerade x^* zu wählen. Daher ist s so zu wählen, dass die Anreizverträglichkeitsbedingung

$$s\left(f(x^*)\right) - c(x^*) \geq s\left(f(x)\right) - c(x)$$

für alle x erfüllt ist.

Rente (152)

Falls der Grundbesitzer für sich eine Rente R verlangt, dann lautet die Entlohnung

$s\left(f(x)\right) = f(x) - R$

Wenn der Pächter seinen Nutzen $s\left(f(x)\right) - c(x) = f(x) - R - c(x)$ maximiert, dann wählt er eine Anstrengung x^*, für die $MP(x^*) = MC(x^*)$ gilt.
Den optimalen Rentenbetrag R erhalten wir aus der Partizipationsbedingung $R = f(x^*) - c(x^*) - \bar{u}$.

Arbeitslohn (153)

Wenn der Grundbesitzer einen Lohnsatz w pro Anstrengungseinheit sowie ein Fixum K zahlt, lautet die Entlohnungsfunktion $s\left(f(x)\right) = wx + K$.
Der Lohnsatz ist im Optimum gleich der Grenzproduktivität $w = MP(x^*)$ und das Fixum wird so festgelegt, dass die Partizipationsbedingung mit Gleichheit erfüllt ist. Das Enscheidungsproblem des Arbeiters lautet damit

$\max\limits_{x} wx + K - c(x)$

und es ergibt sich $w = MC(x^*)$. Damit gilt auch in diesem Fall $MP(x^*) = MC(x^*)$ wie sich dies der Grundbesitzer wünscht.

Alles oder nichts (154)

Falls der Grundbesitzer dem Pächter nur dann einen Betrag B^* zahlt, wenn er die Anstrengung x^* realisiert, sonst aber nichts, wird das Entlohnungsschema „Alles oder nichts“ genannt. Der Festbetrag B^* wird bestimmt durch die Partizipationsbedingung $B^* - c(x^*) = \bar{u}$.
Falls der Pächter mit $x \neq x^*$ arbeitet, erzielt er einen Nutzen $-c$ und falls er mit Anstrengung x^* arbeitet erzielt er den Nutzen $\bar{u}$. Also ist es für ihn optimal, die vom Grundbesitzer gewünschte Anstrengung x^* zu realisieren.

Teilung der Beute (155)

Alle drei vorgenannten Entlohnungsschemata sind untereinander gleichwertig. Jedes führt zum Nutzenniveau $\bar{u}$ beim Arbeiter und zum Anstrengungsniveau x^*, welches für den Grundbesitzer das bestmögliche ist.
Wenn sich jedoch Pächter und Grundeigentümer den Ertrag proportional teilen (Sharecropping), ergibt sich ein anderes Resultat. In diesem Fall lautet die Entlohnungsfunktion

$s\left(f(x)\right) = \alpha f(x) + F \qquad \text{wobei} F > 0\,,\ 0 < \alpha < 1$

Das Entscheidungsproblem des Arbeiters ist in diesem Fall

$$\max_x \alpha f(x) + F - c(x)$$

Seine optimale Anstrengung beträgt $\hat{x}$, für die gilt $\alpha MP(\hat{x}) = MC(\hat{x})$, welche die vom Grundbesitzer gewünschte Gleichheit von Grenzertrag und Grenzkosten nicht erfüllt.